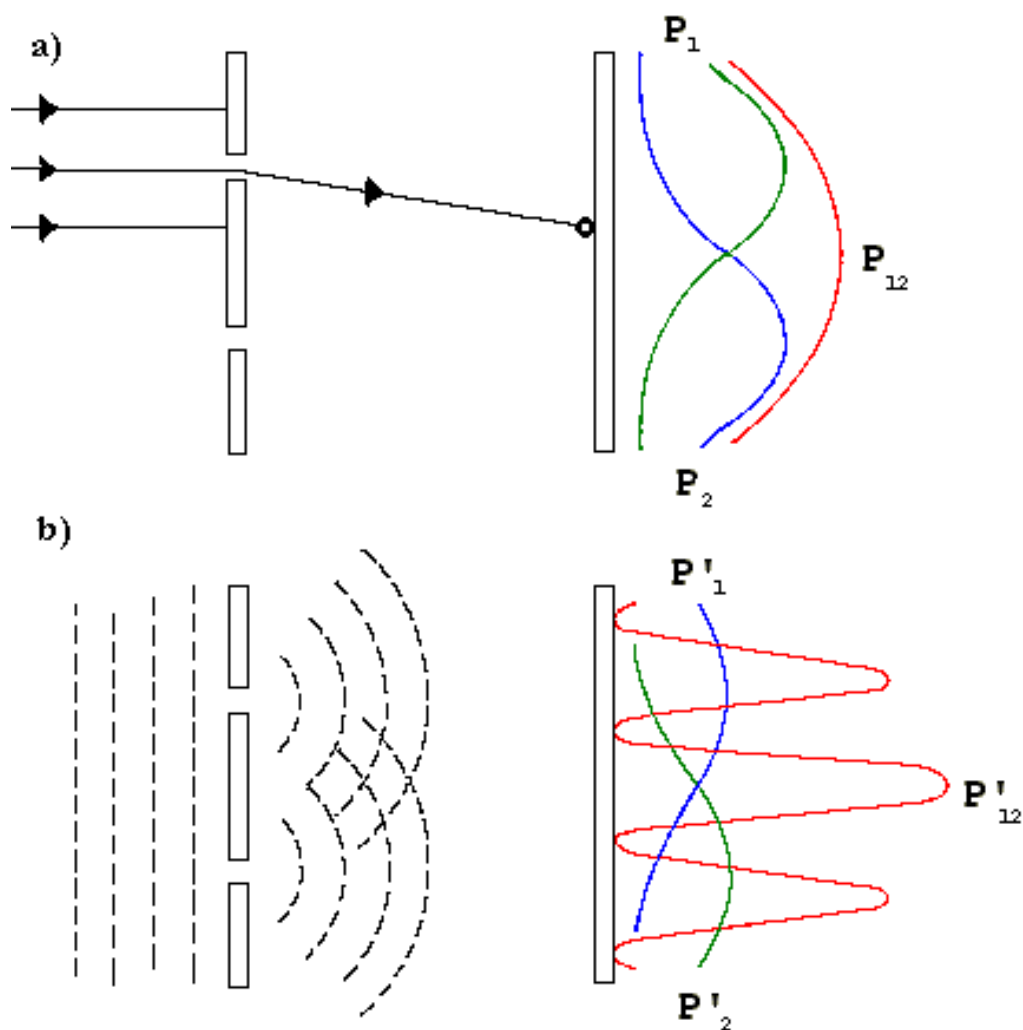


## Úvod do nestacionární teorie Cytoprostoru

### Kvantová mechanika

#### Dvoušterbinový experiment

Experimenty, o nichž zde nyní budeme hovořit, představují moderní rafinované verze klasického interferenčního **Youngova experimentu se dvěma šterbinami**, kterým na počátku devatenáctého století demonstroval Thomas Young, že světlo se při svém šíření chová jako vlnění a nikoli jako proud částic (korpusek), jak se domníval Newton (Interferenci na dvojšterbině ovšem pozoroval již F. M. Grimaldi a popsal ji ve svém díle "Fyzika světla, barev a duhy" vydaném roku 1665).



Obr. 12.1: Schematické znázornění pokusu se dvěma šterbinami: a) pro klasické částice, b) pro klasické vlny.



Francesco Maria Grimaldi (1618 – 1663)



Thomas Young (1773 – 1829)

Jedná se vlastně o jednoduchý experiment, při němž postupně vysíláme velké množství fyzikálních objektů téhož druhu proti přepážce, v níž jsou dva podélné otvory – štěrbiny. Ty objekty, které štěrbinami projdou, jsou jimi ovlivněny a následně dopadnou na stínítko. Zde je místo dopadu každého objektu zaznamenáno. Získáme tak rozložení pravděpodobnosti, se kterou objekty na to které místo stínítka dopadají. Provedeme-li pokus s klasickými částicemi (např. s malými pevnými kuličkami), získáme rozložení pravděpodobnosti naznačené křivkou  $P_{12}$  na obr. 12.1a. Její tvar nepřekvapuje – je "hladký" s jediným maximem na ose a je prostým součtem obou jednošterbinových pravděpodobností  $P_1$  a  $P_2$  popisujících situaci, kdy vždy jednu z obou štěrbin zakryjeme. Provedeme-li naopak tentýž pokus s klasickými vlnami (např. v nádobce s vodou, jejíž hladinu na jedné straně od přepážky rozvlníme a na druhé straně v místě stínítka její maximální výšku v každém bodě proměřujeme), dostaneme naprosto odlišný výsledek naznačený křivkou  $P'_{12}$  na obr. 12.1b. Křivka není v tomto případě prostým součtem obou jednošterbinových rozložení  $P'_1$  a  $P'_2$ . Má více maxim a minim. Hovoříme o tzv. interferenci – vzájemném "ovlivňování" či "rušení". Interference je způsobena tím, že se v daném místě stínítka setkávají dvě vlny od obou štěrbin v různé fázi: maximum vzniká tam, kde se setkají dva "vrcholy" vln a minimum tam, kde se setká "vrchol" a "údolí". Je to právě tento **interferenční efekt, který ve dvojšterbinovém experimentu odlišuje vlny od částic**. Otázka po povaze objektů

mikrosvěta tedy vlastně zní : naměříme při dvojštěrbinovém experimentu s nimi rozložení pravděpodobnosti s interferenčními jevy nebo bez nich?



**Lester Germer (1896-1971, vlevo); Clinton Davisson (1881-1958, vpravo)**

Velikým překvapením, které přinesly difrakční pokusy Davissona a Germera ve dvacátých letech minulého století, bylo právě to, že elektrony, tedy něco, co bychom si chtěli představit jako malé kuličky, vykazovaly ve dvojštěrbinovém experimentu interferenční jevy, což se nedávno potvrdilo i přímými experimenty. I světlo je všeobecně považováno za ukázkový příklad vlnění, které může interferovat a které se šíří prostorem, aniž by při tom zaujívalo jakoukoli konkrétní polohu. Interferenční obrazec se přitom vytvoří i v tom případě, kdy zeslabíme intenzitu vysílaného světla natolik, že se v daném okamžiku bude v zařízení nacházet vždy jen jediný foton. To jasně dokazuje, že světlo, reprezentované po dopadu na stínítko jediným fotonem, nutně muselo interferovat pouze samo se sebou a projít tedy "oběma štěrbinami" současně.

To však platí jen do okamžiku, než jeho polohu začneme experimentálně zjišťovat například umístěním dodatečných detektorů v blízkosti štěrbin. Světlo se ihned přestane chovat jako vlnění a začne se projevovat jako "částice" – fotony: interferenční obrazec se již nebude vytvářet.

Souhrem lze říci (a veškeré doposud provedené experimenty to plně potvrzují), že v "čistém" pokusu se dvěma štěrbinami vždy pozorujeme interferenční rozložení míst dopadu (naznačené na obr. 12.1b.) – mikroobjekty se v tomto případě chovají jako **vlnění**, ať už jde o fotony, elektrony, neutrony, atomy atd. Jestliže však experiment navíc **doplňme libovolným detektorem** umožňujícím určit, kterou z obou štěrbin zkoumaný objekt prošel (t.j. získat informaci o realizované cestě), interferenční efekty zmizí a naměříme prosté **částicové** rozložení pravděpodobnosti dopadu (viz. obr. 12.1a).

Do formalismu kvantové teorie je zmíněné chování zabudováno prostřednictvím následujících tří pravidel:

1. Pravděpodobnost  $w$  dopadu na určité místo stínítka je dána

$$w = \langle \psi | \psi \rangle. \quad (12.1)$$

2. Může-li proces proběhnout přes několik **nerozlišitelných** mezistavů (zde představovaných průchody dvěma různými štěrbinami), pak se aditivně sčítají dílčí **vlnové funkce**. V našem případě je  $|\psi\rangle = |\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle$ , kde  $|\psi_1\rangle$  resp.  $|\psi_2\rangle$  jsou vlnové funkce odpovídající průchodu jen horní resp. jen dolní štěrbinou. V důsledku toho je (nenormovaná) pravděpodobnost dána

$$w = (\langle \psi_1 | + \langle \psi_2 |)(|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle) = w_1 + w_2 + \langle \psi_1 | \psi_2 \rangle + \langle \psi_2 | \psi_1 \rangle. \quad (12.2)$$

Poslední dva "smíšené" členy popisují interferenci.

3. Jsou-li **mezistavy navzájem v principu rozlišitelné** (t.j. jsme-li v experimentu schopni určit, která z alternativ mezistavů nastala), sčítají se aditivně samy dílčí **pravděpodobnosti**, nikoli vlnové funkce, t.j.

$$w = w_1 + w_2. \quad (12.3)$$

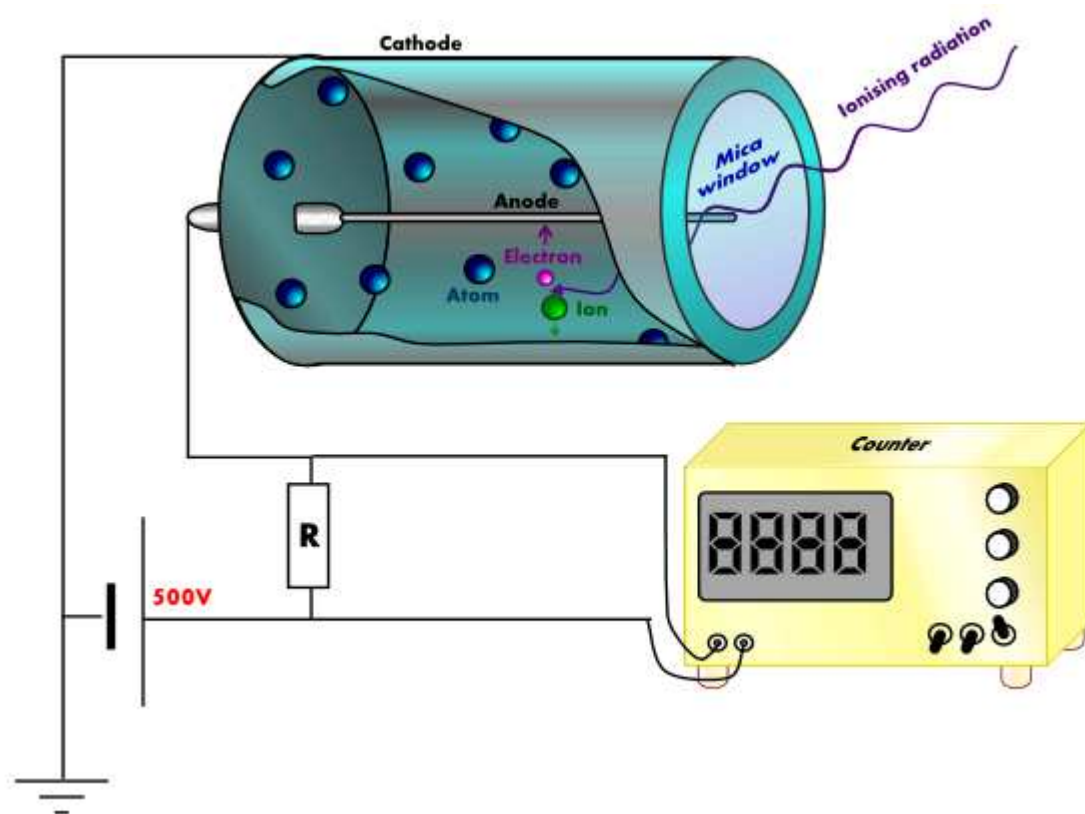
Podle klasické mechaniky lze jednoznačně předpovědět výsledek libovolného měření provedeného na systému  $N$  hmotných bodů

v okamžiku  $t$ , jsou-li známy hodnoty všech  $3N$  souřadnic a jim sdružených  $3N$  impulsů v témže okamžiku. Proto můžeme v rámci klasické mechaniky tvrdit, že stav soustavy hmotných bodů v okamžiku  $t$  známe, jestliže známe hodnotu všech souřadnic a impulsů v tomtéž okamžiku. Stav studované soustavy je dán tedy výsledkem všech nezávislých měření provedených na soustavě v uvedeném okamžiku.

Princip neurčitosti však vylučuje možnost provedení současného měření nekomutujících veličin částice s neomezenou přesností. Stav mikrosystému tedy výše uvedeným klasickým způsobem popsat nelze. Abychom mohli prohlásit, že uvažovaný systém se nalézá v určitém stavu, musíme současně určit hodnotu všech nezávislých veličin, jež jsou navzájem kompatibilní. Tyto veličiny tvoří tzv. **úplnou množinu pozorovatelných** (ÚMP). Pro daný systém však existuje celá řada různých ÚMP.

Jelikož kompatibilita je vlastnost vzájemná (je-li  $A$  kompatibilní s  $B$ , je také  $B$  kompatibilní s  $A$ ), jsou kompatibilní veličiny současně měřitelné. Kompatibilita však není vlastností tranzitivní, takže je-li  $A$  kompatibilní s  $B$  a  $B$  kompatibilní s  $C$ , není tím automaticky zaručena kompatibilita  $A$  s  $C$ .

Představme si zařízení zvané separátor  $S_{\{A\}}$ , které má tu vlastnost, že měřením ÚMP $\{A\}$  provedeným na systému prošlém jeho  $j$ -tým kanálem dá vždy vlastní hodnotu  $\{a\}_j$ . Separátorem může být např. zařízení sestávající ze separačního magnetu, který rozdělí protony vyletující z urychlovače podle jejich impulsů, doplněného o magnetickou čočku, která opět všechny fotony vrátí do společného svazku. Separátor sám o sobě nedovoluje určit, kterým z jeho kanálů systém prošel. K tomu je potřeba jej doplnit registračním přístrojem  $R_{\{A\}}$ . Tím může být např. soustava Geiger-Mülerových počítáčů umístěných mezi separačním magnetem a čočkou. Jestliže víme který počítáč pracoval, známe impuls protonu za separátorem. Nahradíme-li soustavu Geigerů clonami, obdržíme tzv. filtr. Soustava aparatur  $S_{\{A\}} + R_{\{A\}}$  představuje měřicí přístroj  $M_{\{A\}}$ .



Obr. 12.2: Schéma Geiger – Müllerova počítače



Hans "Gengar" Geiger (1882 – 1945)



Walther Müller (1905 – 1979)

Nahradíme-li separátor  $S_{\{A\}}$  clonamy, které uzavřou některé z kanálů, obdržíme filtr  $F_{\Sigma\{a\}}$ , kde suma probíhá přes všechny otevřené kanály tohoto zařízení. Filtr s jediným ( $j$ -tým) otevřeným kanálem nazýváme **filtrem s ideální rozlišovací schopností** a budeme jej značit  $F_{\{a\}_j}$ .

Výsledkem měření  $\dot{U}MP\{A\}$  provedeného na systému prošlém filtrem

$F_{\{a\}_j}$  je tedy vlastní hodnota  $\{a\}_j$ . Studovanému systému přiřadíme hilbertův prostor  $H$ . Filtru  $F_{\{a\}_j}$  přiřadíme projekční operátor  $\hat{P}_{\{a\}_j}$ , který projektuje do jednorozměrného podprostoru generovaného normalizovaným vektorem  $|\{a\}_j\rangle$ , tj.

$$\hat{P}_{\{a\}_j} = |\{a\}_j\rangle\langle\{a\}_j|. \quad (12.4)$$

Systému prošlému filtrem  $F_{\{a\}_j}$  přiřadíme paprsek učený vektorem  $|\{a\}_j\rangle$ . Říkáme, že uvažovaný systém se nalézá ve vlastním stavu  $\{A\}$  příslušném vlastní hodnotě  $\{a\}_j$  nebo stručněji, ve stavu  $|\{a\}_j\rangle$ .

Paprsek, určený vektorem  $|\{a\}_j\rangle$  je tedy zobrazením informace o studovaném systému, získané pomocí makroskopických přístrojů. Projekční operátor (12.4) přiřazený filtru  $F_{\{a\}_j}$  popisuje tuto

aparaturu pouze z hlediska její odezvy na studovaný systém. Témuž filtru, užijeme-li jej pro studium různých kvantových systémů, budou přiřazeny různé projekční operátory. Vlastním stavům  $\{A\}$  příslušným k vlastní hodnotám musíme přiřadit různé paprsky, jinak by náš popis neumožňoval rozlišení mezi stavy. Budeme dokonce uvažovat, aby tyto paprsky byly ortogonální:

$$\langle\{a\}_i|\{a\}_j\rangle = \delta_{ij}. \quad (12.5)$$

Připomeňme, že všechny vektory  $\lambda|\{a\}_i\rangle$  s libovolným  $\lambda \neq 0$ , popisují tentýž stav. Z výše naznačené realizace měřícího přístroje ( $S_{\{A\}} + R_{\{A\}}$ ) je zřejmé, že systém připravený ve stavu  $|\{a\}_i\rangle$  projde filtrem  $F_{\{a\}_j}$  tehdy a jen tehdy, platí li  $i = j$ . Tato skutečnost může být snadno vystižena v rámci zavedeného formalizmu. Vzhledem k (12.5) dostaneme jako výsledek působení operátoru (12.4),

přiřazeného filtru  $F_{\{a\}_j}$ , na vektor  $|\{a\}_i\rangle$  popisující stav systému vstupujícího do filtru, vektor

$$\hat{P}_{\{a\}_j} |\{a\}_i\rangle = \delta_{ij} |\{a\}_j\rangle. \quad (12.6)$$

Pro  $i = j$  je vektor na pravé straně nenulový a popisuje stav systému po průchodu filtrem. Koeficient stojící u normalizovaného vektoru  $|\{a\}_i\rangle$  je shodný s pravděpodobností, že systém filtrem  $F_{\{a\}_j}$  projde, a ta je identická s pravděpodobností, že při měření  $\{A\}$  ve stavu  $|\{a\}_i\rangle$  bude nalezena hodnota  $\{a\}_j$ .

Uvažujme nyní ÚMP  $\{B\}$ . Pokud  $\{B\} \neq \{A\}$ , tj. některé pozorovatelné z  $\{B\}$  jsou nekompatibilní s  $\{A\}$ , nelze pro všechna  $\{a\}_i$  s určitostí předpovědět výsledek měření  $\{B\}$  ve stavu  $|\{a\}_i\rangle$ . Jinak bychom současně uskutečnili přesné měření  $\{A\}$  i  $\{B\}$ . Pokusme se tedy nalézt alespoň pravděpodobnost jednotlivých možných výsledků. Např. určíme pravděpodobnost toho, že systém, připravený ve stavu  $|\{a\}_i\rangle$  projde filtrem  $F_{\{b\}_j}$ . Aplikujeme-li odpovídající projekční operátor vektor popisující stav systému vstupujícího do filtru, dostaneme

$$\hat{P}_{\{b\}_j} |\{a\}_i\rangle = u_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_j} |\{b\}_j\rangle. \quad (12.7)$$

Vektor na pravé straně (12.7) (pokud je nenulový) popisuje stav systému prošlého filtrem  $F_{\{b\}_j}$ . Komplexní číslo

$$u_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_j} \equiv \langle \{b\}_j | \{a\}_i \rangle, \quad (12.8)$$

stojící u tohoto vektoru, však ještě nemůže představovat hledanou pravděpodobnost  $w$ . Tou je, jak víme, teprve kvadrát jeho absolutní hodnoty:



$$w_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_j} \equiv \left| u_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_j} \right|^2 \equiv \left| \langle \{b\}_j | \{a\}_i \rangle \right|^2. \quad (12.9)$$

Veličinu  $u_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_j}$  nazýváme amplitudou pravděpodobnosti přechodu ze stavu  $|\{a\}_i\rangle$  do stavu  $|\{b\}_j\rangle$ .

Z formulí (12.8), (12.9) okamžitě dostáváme důležitou rovnost

$$w_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_j} = w_{\{b\}_j \rightarrow \{a\}_i}, \quad (12.10)$$

tj. pravděpodobnost, že při měření  $\{B\}$  ve stavu  $|\{a\}_i\rangle$  bude nalezena hodnota  $\{b\}_j$ , je stejná, jako pravděpodobnost nalezení  $\{a\}_i$  při měření  $\{A\}$  ve stavu  $|\{b\}_j\rangle$ . Skutečnost, že při měření  $\{B\}$  s určitostí nalezneme některou z vlastních hodnot  $\{b\}_j$  je vyjádřena vztahem

$$\sum_j w_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_j} = 1, \quad (12.11)$$

tj.

$$\sum_j \langle \{a\}_i | \{b\}_j \rangle \langle \{b\}_j | \{a\}_i \rangle = 1. \quad (12.12)$$

Vzhledem k libovolnému ketu  $|\{a\}_i\rangle$  (ÚMP $\{A\}$  jsme nikterak nespecifikovali) musí být

$$\sum_j |\{b\}_j\rangle \langle \{b\}_j| = 1, \quad (12.13)$$

což je známá relace uzavřenosti – formule důležitá nejenom pro matematickou konzistentnost kvantové teorie, ale i pro celou řadu praktických výpočtů. Umožňuje např. ihned napsat rozvoj vektoru  $|\{a\}_i\rangle$  podle ortonormální báze  $\{|\{b\}_j\rangle\}$  ve tvaru

$$|\{a\}_i\rangle = \sum_j \langle \{b\}_j | \{a\}_a \rangle |\{b\}_j\rangle = \sum_j u_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_j} |\{b\}_j\rangle. \quad (12.14)$$

Z uvedeného je zřejmé, že pravděpodobnost ( 12.9 ) je totožná s kvadrátem normy vektoru ( 12.7 ) a tedy

$$w_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_j} = \left\| \hat{P}_{\{b\}_j} |\{a\}_i\rangle \right\|^2 = \langle \{a\}_i | \hat{P}_{\{b\}_j} | \{a\}_i \rangle. \quad (12.15)$$

Jak již bylo řečeno, můžeme vlastní stav  $\{A\}$  příslušný k vlastní hodnotě  $\{a\}_i$  popsat nejen normalizovaným vektorem  $|\{a\}_i\rangle$  ale stejně dobře i libovolným vektorem

$$|\{a\}'_i\rangle = \lambda |\{a\}_i\rangle, \quad \lambda \neq 0. \quad (12.16)$$

Místo vztahu ( 12.15 ) pak dostaneme

$$w_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_j} = \frac{\langle \{a\}'_i | \hat{P}_{\{b\}_j} | \{a\}'_i \rangle}{\langle \{a\}'_i | \{a\}'_i \rangle}. \quad (12.17)$$

Na druhé straně je odtud zřejmé, že vektory lineárně nezávislé na  $|\{a\}_i\rangle$  nemohou popisovat vlastní stav  $\{A\}$  příslušný vlastní hodnotě  $\{a\}_i$ . Vskutku, necht'  $|\psi\rangle \neq 0$  popisuje tento stav, potom z formule ( 12.17 ) pro  $\{A\} = \{B\}$ ,  $i = j$  dostáváme

$$w_{\{a\}_i \rightarrow \{a\}_i} = \frac{|\langle \psi | \{a\}_i \rangle|^2}{\langle \psi | \psi \rangle} \leq \frac{\langle \psi | \psi \rangle \langle \{a\}_i | \{a\}_i \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle} = 1, \quad (12.18)$$

Kde jsme využili formuli ( 12.5 ) a Schwarzovu nerovnost.



**Karl Hermann Amandus Schwarz (1843 – 1921)**

Při měření  $\{A\}$  na systému prošlém filtrem  $F_{\{a\}_i}$  však s určitostí nalezneme vlastní hodnotu  $\{a\}_i$ , tj.

$$w_{\{a\}_i \rightarrow \{a\}_i} = 1. \quad (12.19)$$

Znaménko rovnosti v ( 12.18 ) platí právě tehdy, když  $|\psi\rangle$  a  $|\{a\}_i\rangle$  jsou lineárně závislé. Tento závěr platí pro libovolnou ÚMP, a tedy žádné dva lineárně nezávislé vektory z  $H$  nemohou zobrazovat tentýž stav. Filtru  $F_{\{b\}_j}$  jsme přiřadili operátor

$$\hat{P}_{\{b\}_j} = |\{b\}_j\rangle\langle\{b\}_j|. \quad (12.20)$$

Rozlišovací schopnost většiny v praxi používaných filtrů je však horší. Pokusme se filtru s konečnou rozlišovací schopností  $F_{\Sigma\{b\}_j}$  přiřadit nějaký operátor  $\hat{P}_{\Sigma\{b\}_j}$ , který by měl následující vlastnost: jestliže systém vstupuje do filtru  $F_{\Sigma\{b\}_j}$  ve stavu popsaném vektorem  $|\varphi\rangle$ , potom

$$w = \frac{\langle\varphi|\hat{P}_{\Sigma\{b\}_j}|\varphi\rangle}{\langle\varphi|\varphi\rangle} \quad (12.21)$$

A po jeho průchodu bude ve stavu

$$\hat{P}_{\Sigma\{b\}_j} |\varphi\rangle. \quad (12.22)$$

Uvažujme nejprve filtr s nekonečně špatnou rozlišovací schopností (separátor), tj. zařízení které má otevřené všechny kanály a přitom nedovede rozlišit, kterým z nich systém prošel. Pomocí takového přístroje nemůžeme získat žádnou informaci o studovaném systému, takže jeho přítomnost či nepřítomnost je zcela irelevantní.

Takovému filtru tedy odpovídá operátor identity. Díky relaci (12.13) můžeme tento operátor vyjádřit ve tvaru

$$\hat{P}_{\Sigma\{b\}_j} = \sum_j |\{b\}_j\rangle\langle\{b\}_j| = \sum_j \hat{P}_{\{b\}_j}, \quad (12.23)$$

Kde suma probíhá přes všechny otevřené kanály filtru. Je přirozené předpokládat, že formule (12.23) platí i v případě filtru s libovolnou rozlišovací schopností. Naznačené sumy pak ovšem probíhají pouze přes ty vlastní hodnoty  $\{b\}_j$ , které odpovídají jeho otevřeným

kanálům. Ukažme, že takto definovaný operátor má sutečně vlastnosti vhodné k popisu filtru. Operátory přiřazené filtrům s ideální, stejně jako s nekonečně špatnou rozlišovací schopností, jsou zahrnuty ve vztahu (12.23) jako speciální případy. Díky ortonormalitě vektorů  $|\{b\}_j\rangle$  je operátor (12.23) projekčním, a tedy platí

$$\hat{P}_{\Sigma\{b\}_j}^2 = \hat{P}_{\Sigma\{b\}_j}, \quad (12.24)$$

Což zaručuje, že filtr vždy propustí systém prošlý stejným filtrem. Tuto vlastnost má každý filtr nezávisle na rozlišovací schopnosti – právě ona opravňuje užívání termínu „filtr“.

Ukažme, že i další vlastnosti operátoru (12.23) odpovídají experimentální skutečnosti. Nechť systém vstupuje do filtru ve stavu  $|\{a\}_i\rangle$ . Podle (12.21), (12.22) je stav systému prošlého uvažovaným filtrem popsán vektorem

$$|\psi\rangle \equiv \hat{P}_{\Sigma\{b\}_j} |\{a\}_i\rangle. \quad (12.25)$$

Kvadrát jeho normy udává pravděpodobnost, že k tomuto přechodu dojde:

$$w_{\{a\}_i \rightarrow \Sigma\{b\}_j} = \left\langle \{a\}_i \left| \hat{P}_{\Sigma\{b\}_j} \right| \{a\}_i \right\rangle. \quad (12.26)$$

Ket  $|\psi\rangle$  ve formuli ( 12.25 ) závisí na otevřených kanálech  $|\{b\}_j\rangle$  a (s výjimkou filtru s ideální rozlišovací schopností) také na počátečním stavu  $|\{a\}_i\rangle$ . Zatímco tedy stav systému připraveného filtrem s ideální rozlišovací schopností je jednoznačně určen filtrem samotným, v případě filtru s konečnou rozlišovací schopností již tomu tak není. Jest to přirozeným důsledkem skutečnosti, že pouze měření pomocí přístroje s ideální rozlišovací schopností poskytuje maximální možnou informaci o studovaném systému. Uvedená interpretace vektoru ( 12.25 ) není použitelná v případě  $|\psi\rangle = 0$ . To ovšem nevadí, neboť v tomto případě systém nikdy filtrem neprojde (viz ( 12.26 )).

Z formulí ( 12.15 ), ( 12.23 ), ( 12.26 ) vidíme, že

$$w_{\{a\}_i \rightarrow \Sigma\{b\}_j} = \sum_j w_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_j}. \quad (12.27)$$

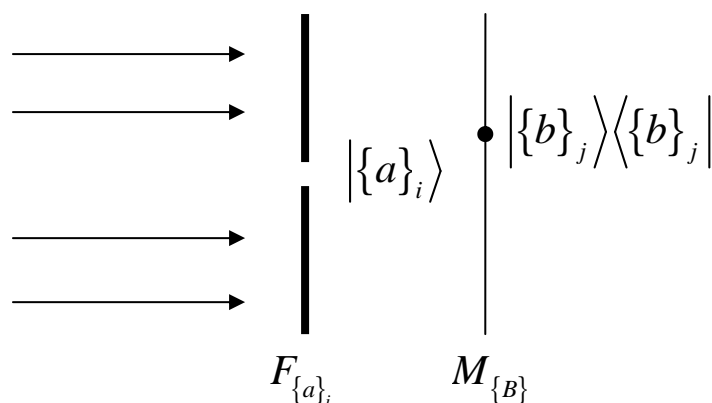
Tedy pravděpodobnost přechodu do kteréhokoli z možných koncových stavů je rovna součtu pravděpodobností přechodu do každého z těchto stavů. V uvažovaném případě bude systém ve skutečnosti po průchodu filtrem v jediném stavu popsánem vektorem ( 12.25 ). Tento vektor však může být vyjádřen jako lineární kombinace

$$|\psi\rangle = \sum_j u_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_j} |\{b\}_j\rangle. \quad (12.28)$$

Vektory  $|\{b\}_j\rangle$  v ní vystupující pak reprezentují oněch několik možných koncových stavů. Demonstrujme si to na následujícím jednoduchém příkladu: elektron (studovaný systém) propustíme úzkou štěrbinou stínítka (filtru)  $F_{\{a\}_i}$ . Takto připravený elektron necháme

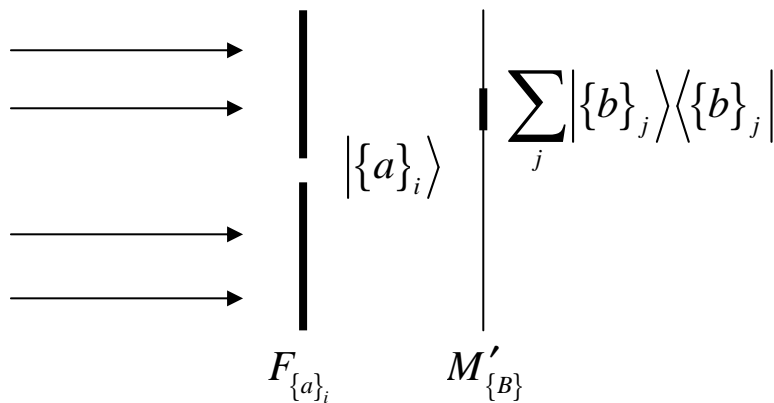
dopadat na fotografickou desku s ideálně jemnými zrny (měřicí přístroj  $M_{\{B\}}$ ). Zčernání  $j$ -tého zrna znamená naměření vlastní hodnoty  $\{b\}_j$ . Tato pravděpodobnost je identická s pravděpodobností, že uvažovaný elektron ve stavu  $|\{a\}_i\rangle$  projde filtrem  $F_{\{b\}_j}$  s ideální rozlišovací schopností a je rovna ( 12.9 ).

Obr. 12.3



Nahradme nyní uvažovanou fotografickou desku jinou ( $M'_{\{B\}}$ ), jejíž zrna jsou větší. Je zřejmé, že  $m$ -té zrno desky  $M'_{\{B\}}$  zčerná pokaždé, kdy by zčernalo kterékoliv z ideálně jemných zrn desky  $M_{\{B\}}$ , nacházející se v místě zaujímaném tímto větším zrnem. Pravděpodobnost jeho zčernání je tedy rovna součtu pravděpodobností zčernání kteréhokoliv z ideálně jemných zrn, která by se nacházela v místě zaujímaném  $m$ -tým zrnem desky  $M'_{\{B\}}$ .

Obr. 12.4



Formule ( 12.27 ) vyjadřuje právě tento fakt. Výsledek ( 12.27 ) je tedy snadno pochopitelný v rámci klasických představ.

Postulát vyjádřený formulemi ( 12.21 ) – ( 12.23 ) má však i důsledky, které jsou z klasického hlediska nepochopitelné. Demonstrujme to na řešení následujícího jednoduchého problému. Ptejme se, jaká je pravděpodobnost, že měřicí přístroj  $M_{\{C\}}$  umístěný za filtrem  $F_{\Sigma\{b\}_j}$

naměří hodnotu  $\{c\}_k$ , jestliže do filtru vstupuje systém ve stavu  $|\{a\}_i\rangle$ . Stav systému prošlého filtrem  $F_{\Sigma\{b\}_j}$  je popsán

normalizovaným vektorem ( 12.25 ). Pravděpodobnost, že výsledkem měření  $\{C\}$  na systému v tomto stavu bude hodnota  $\{c\}_k$ , je dána poměrem kvadrátů norem vektoru  $\hat{P}_{\{c\}_k}|\psi\rangle$  a vektoru  $|\psi\rangle$

(viz ( 12.21 )). Kvadrát normy posledního vektoru však udává pravděpodobnost, že uvažovaný systém projde filtrem  $F_{\Sigma\{b\}_j}$ . Hledaná pravděpodobnost je tedy dána výrazem

$$w_{\{a\}_i \rightarrow \Sigma\{b\}_j \rightarrow \{c\}_k} = \langle \psi | \hat{P}_{\{c\}_k} | \psi \rangle, \quad ( 12.29 )$$

tj.

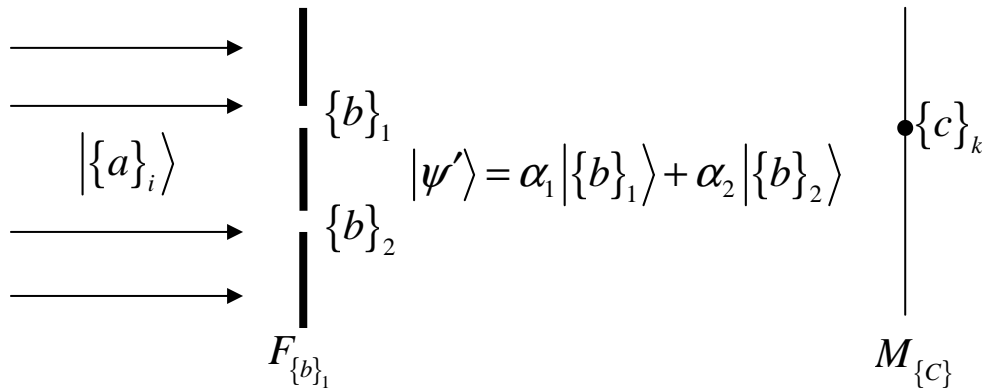
$$\begin{aligned}
 w_{\{a\}_i \rightarrow \Sigma\{b\}_j \rightarrow \{c\}_k} &= \left| \sum \langle \{c\}_k | \{b\}_j \rangle \langle \{b\}_j | \{a\}_i \rangle \right|^2 = \left| \sum_j u_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_j} u_{\{b\}_j \rightarrow \{c\}_k} \right|^2 = \\
 &= \left\| \hat{P}_{\{c\}_k} \hat{P}_{\Sigma\{b\}_j} | \{a\}_i \rangle \right\|^2.
 \end{aligned}
 \tag{12.30}$$

Snadno nahlédneme, že obecně platí: necht' systém ve stavu  $|\psi\rangle$  vstupuje do filtru  $\hat{P}_1$  za nímž je umístěn filtr  $\hat{P}_2$  atd. (rozlišovací schopnost filtrů je libovolná), potom pravděpodobnost, že systém projde prvními  $n$  filtry je rovna kvadrátu normy vektoru

$$\frac{\hat{P}_1 \hat{P}_2 \dots \hat{P}_n |\psi\rangle}{\|\psi\|}
 \tag{12.31}$$

popisující stav systému prošlého těmito filtry.

Obr. 12.5



Fyzikální obsah tohoto výsledku pochopíme na příkladu znázorněném na obrázku 12.5. Elektron ve stavu  $|\{a\}_i\rangle$  dopadá na stínítko se dvěma štěrbinami (filtr  $F_{\{b\}_1 + \{b\}_2}$ ), za nímž je umístěna fotografická deska s ideálně jemnými zrny (měřicí přístroj  $M_{\{c\}}$ ). Pravděpodobnost zčernání  $k$ -tého zrna desky (naměření hodnoty  $\{c\}_k$ ) je podle vztahu (12.30) rovna



$$w_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_1 + \{b\}_2 \rightarrow \{c\}_k} = |\alpha_1 \beta_1|^2 + |\alpha_2 \beta_2|^2 + 2 \operatorname{Re} \alpha_1 \beta_1 \alpha_2^* \beta_2^*, \quad (12.32)$$

kde

$$\alpha_j \equiv u_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_j},$$

$$\beta_j \equiv u_{\{b\}_j \rightarrow \{c\}_k}.$$

Zakryjeme-li druhou štěrbinu (viz obr. 12.6), dostaneme pro pravděpodobnost zčernání  $k$ -tého zrna předpověď

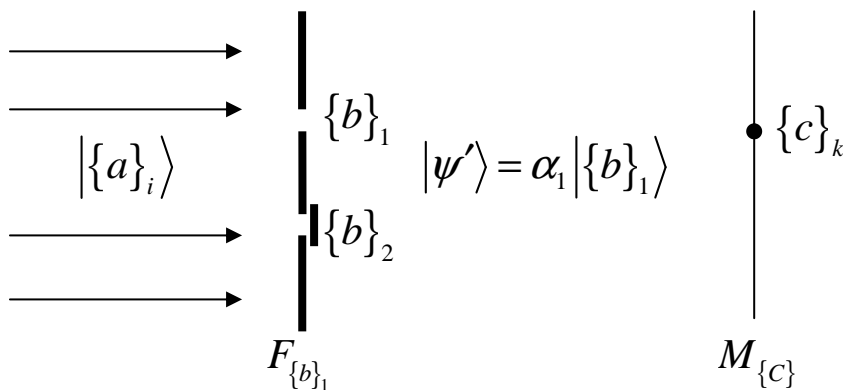
$$w_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_1 \rightarrow \{c\}_k} = |\alpha_1 \beta_1|^2. \quad (12.33)$$

Obdobně, při zakrytí první štěrbinu, máme

$$w_{\{a\}_i \rightarrow \{b\}_2 \rightarrow \{c\}_k} = |\alpha_2 \beta_2|^2. \quad (12.34)$$

Pravděpodobnost zčernání  $k$ -tého zrna desky způsobeného elektronem prošlým filtrem se dvěma otevřenými štěrbinami se tedy obecně liší (posledním členem v (12.32)) od součtu pravděpodobností zčernání tohoto zrna způsobeného elektronem prošlým filtrem při otevřené pouze první, resp. druhé štěrbině. To ovšem vylučuje možnost interpretace stavu  $|\{a\}_i\rangle$  ve smyslu informace o pravděpodobnosti trajektorie, po které se elektron pohybuje.

Obr. 12.6



Za povšimnutí stojí, že pravděpodobnost ( 12.32 ) může být i menší než každá z pravděpodobností ( 12.33 ), ( 12.34 ). Speciálně, když

$$\alpha_1\beta_1 = -\alpha_2\beta_2 \neq 0, \quad ( 12.35 )$$

Potom elektron po průchodu stínítkem se dvěma otevřenými štěrbinami nikdy nedokáže způsobit zčernání  $k$ -tého zrna. K tomuto zčernání však s nenulovou pravděpodobností dojde, jakmile zakryjeme jednu ze štěrbin, kterýžto výsledek se z hlediska klasické mechaniky jeví zcela absurdním.

Zda je vyšetřovaná pravděpodobnost větší či menší při otevřených obou štěrbinách, než součet pravděpodobností při otevřených jednotlivých štěrbinách určuje znaménko výrazu  $2 \operatorname{Re} \alpha_1\beta_1\alpha_2^*\beta_2^*$ .

Uvědomíme-li si, že toto znaménko i velikost obecně závisí na  $k$  (na poloze vyšetřovaného zrna), vidíme, že postulát vyjádřený formulami ( 12.21 ) – ( 12.23 ) vede k předpovědi interferenčních jevů.

Skutečně, necháme-li na výše zmíněné stínítko dopadat svazek elektronů, z nichž každý je ve stavu  $|\{a\}_i\rangle$ , bude intenzita zčernání desky  $M_{\{C\}}$  v dané oblasti úměrná dříve vypočtené pravděpodobnosti zčernání odpovídajících zrn. Z předchozího je tedy zřejmé, že obrazec obdržený ozařováním desky při střídavě otevřené první a druhé štěrbině bude odlišný od obrazce vzniklého při současně otevřených obou štěrbinách.

V minulosti se objevovaly snahy interpretovat interferenční jevy jako důsledek kolektivních vlastností velkého počtu mikroobjektů, tj. interpretovat výše uvedený popis stavu systému, jako popis stavu souboru mnoha mikrosystémů, který pro individuální mikrosystémy ztrácí smysl. Experimentálně se však prokázalo, že interference je záležitostí individuálních mikroobjektů. Např. v Jannosyho experimentu byla prokázána interference na velkém Michelsonově interferometru, při ozařování světlem tak malé intenzity, že průměrná vzdálenost mezi jednotlivými fotony převyšovala 19 km. Přitom každý foton přispěl k interferenčnímu obrazci jediným bodem. Obdržené rozdělení bylo odlišné, od prostého součtu intenzit

přicházejících z obou směrů. Každý foton tedy interferoval sám se sebou (jako by se odrazil současně od obou zrcadel interferometru).

Podívejme se na probraný příklad ještě z jiného hlediska. Na obr. 12.5 je znázorněno, jak lze systém připravit ve stavu

$$|\psi\rangle = \alpha_1 |\{b\}_1\rangle + \alpha_2 |\{b\}_2\rangle. \quad (12.36)$$

Tentýž systém se však může nacházet též ve stavu  $|\{b\}_1\rangle$  (viz obr. 12.6) nebo ve stavu  $|\{b\}_2\rangle$ . Říkáme proto, že stav  $|\psi\rangle$  je superpozicí stavů  $|\{b\}_1\rangle$  a  $|\{b\}_2\rangle$ . Je přirozené očekávat, že postupnými změnami přípravy systému vstupujícího do filtru  $F_{\{b\}_1+\{b\}_2}$  můžeme docílit libovolného poměru koeficientů  $\alpha_1/\alpha_2$ . Tím dospíváme k tzv. principu superpozice: jestliže vektory  $|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle$  popisují libovolné dva možné stavy určitého systému, potom tento systém může existovat též ve stavu popsaném vektorem

$$|\psi\rangle = \alpha_1 |\psi_1\rangle + \alpha_2 |\psi_2\rangle, \quad (12.37)$$

kde  $\alpha_1, \alpha_2$  jsou libovolná nenulová čísla. Libovolný stav  $|\psi\rangle$  systému vstupujícího do měřicího přístroje  $M_{\{B\}}$  můžeme považovat za superpozici vlastních stavů odpovídajících ÚMP  $\{B\}$ . Skutečně, z (12.13) plyne

$$|\psi\rangle = \sum_j \langle \{B\} = \{b\}_j | \psi \rangle | \{B\} = \{b\}_j \rangle, \quad (12.38)$$

kde výrazy typu  $|\{B\} = \{b\}_j\rangle$  zdůrazňujeme, že se jedná o vlastní stavy ÚMP  $\{B\}$ . Jestliže při měření byla nalezena hodnota  $\{b\}_k$ , je systém za měřicím přístrojem ve stavu  $|\{B\} = \{b\}_k\rangle$ . Proto říkáme, že měřením dochází k **redukci stavu**. V literatuře se lze pro tento děj setkat též s termínem **kolaps vlnové funkce**. Původní superpozice je měřením zredukována na jediný člen – pokud má měřicí aparatura

ideální rozlišovací schopnost, popř. několik členů – pokud je rozlišovací schopnost přístroje horší.

### Čisté a smíšené stavy

Uvažujme ÚMP $\{A\}$  sestávající z pozorovatelných  $A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(n)}$ . Filtr, který popustí studovaný systém právě tehdy, když při měření  $A^{(1)}$  nalezneme hodnotu  $a_j^{(1)}$  (tj. má ideální rozlišovací schopnost z hlediska  $A^{(1)}$ ), je identický s dříve uvažovaným filtrem u něhož jsou otevřeny kanály odpovídající všem vlastním hodnotám  $\{a\}_i$  ÚMP $\{A\}$ , pro které platí  $a_i^{(1)} = a_j^{(1)}$ . Takovému filtru je tedy přiřazen projekční operátor

$$\hat{I}_{a_j^{(1)}}^{(A^{(1)})} \equiv \hat{P}_{\Sigma\{a\}_i}, \quad (12.39)$$

Kde suma probíhá přes všechna  $i$ , pro něž platí  $a_j^{(1)} \in \{a\}_i$ . V praxi se obvykle setkáváme s případem, kdy jsou jednotlivé částice svazku připraveny poněkud odlišným způsobem, tj. např.  $N_1$  elektronů je připraveno ve stavu  $|\psi_1\rangle$ ,  $N_2$  elektronů ve stavu  $|\psi_2\rangle$ , atd. V tomto případě představuje svazek elektronů smíšený statistický soubor. Ke specifikaci smíšeného souboru musíme udat, které stavy a s jakou četností jsou v něm zastoupeny. Jestliže z něho vybereme náhodně jednu částici, potom je to s pravděpodobností

$$w_j = \frac{N_j}{N} \quad (12.40)$$

Elektron, který byl připraven ve stavu  $|\psi_j\rangle$ . Tuto informaci o elektronu nazýváme **smíšeným stavem** a říkáme, že elektron se nalézá v daném smíšeném stavu. O smíšeném stavu lze přitom hovořit i když pracujeme s jedinou částicí a nikoliv s celým jejich svazkem. Stačí jen když způsob jeho přípravy poskytuje výše uvedený druh informace. Připravíme-li obdobným způsobem celý svazek částic, získáme **smíšený soubor**.

Nesprávná interpretace pravděpodobnosti ( 12.40 ) bývá často zdrojem hrubých omylů. Předpokládejme, že  $|\psi_1\rangle = |\{A\} = \{a\}_1\rangle$ , kde  $\{A\}$  je nějaká ÚMP. Pravděpodobnost, že výsledkem měření  $\{A\}$  na elektronu nahodile vybraném z uvažovaného souboru bude  $\{a\}_1$ , může být podstatně odlišnoobnosti  $w_1$ . Ilustrujme to na svazku, v němž  $N_1$  elektronů je připraveno ve stavu  $|\psi_1\rangle \equiv |\{A\} = \{a\}_1\rangle$  a  $N - N_1$  elektronů ve stavu  $|\psi_2\rangle \equiv \sqrt{2} (|\{A\} = \{a\}_1\rangle + |\{A\} = \{a\}_2\rangle)$ . Jestliže z něho vybereme nahodile elektron, bude to s pravděpodobností  $w_1$  jeden z těch, jež byli připraveny ve stavu  $|\psi_1\rangle$  a s pravděpodobností  $w_2 = 1 - w_1$  jeden z těch, jež byly připraveny ve stavu  $|\psi_2\rangle$ . Provedeme-li měření  $\{A\}$  na této částici, potom jej s pravděpodobností  $w_1$  provádíme na elektronu ve stavu  $|\psi_1\rangle$ , kdy s určitostí obdržíme výsledek  $\{a\}_1$ , a s pravděpodobností  $w_2$  na elektronu ve stavu  $|\psi_2\rangle$ , kdy s pravděpodobností  $1/2$  získáme výsledek  $\{a\}_1$  a se stejnou pravděpodobností výsledek  $\{a\}_2$ . Tedy pravděpodobnost, že při měření  $\{A\}$  na nahodile vybraném elektronu uvažovaného souboru nalezneme hodnotu  $\{a\}_1$  je

$$w = \frac{w_1 + w_2}{2} > w_1. \quad ( 12.41 )$$

V obecném případě je pravděpodobnost, že elektron smíšeného souboru bude nalezen ve stavu  $|\psi_j\rangle$  ve výše naznačeném smyslu, vždy  $\geq w_j$ . Znaménko rovnost přitom platí jen tehdy, jestliže

$$\forall k \neq j : |\psi_k\rangle \perp |\psi_j\rangle. \quad ( 12.42 )$$

K popisu smíšeného stavu je výhodné používat matici hustoty

$$\hat{W} \equiv \sum_j w_j \hat{E}_j, \quad ( 12.43 )$$

kde projekční operátor  $\hat{E}_j$  odpovídá paprsku definovanému normalizovaným vektorem  $|\psi_j\rangle$ , tj.

$$\hat{E}_j \equiv |\psi_j\rangle\langle\psi_j|. \quad (12.44)$$

Označení typu  $\hat{P}$  rezervujeme pro projekční operátory související s charakteristickými podprostory ÚMP $\{B\}$ . Pro projekční operátory do charakteristických podprostorů jediné pozorovatelné  $A$  budeme užívat symboly typu  $\hat{I}$ . Vektory  $|\psi_j\rangle$  nemusí pro různá  $j$  představovat různé vlastní stavy téže pozorovatelné. Projekční operátor (12.44) jsme proto označili symbolem  $\hat{E}_j$ . Zdůrazněme, že pro  $j \neq k$  nemusí být součin  $\hat{E}_j\hat{E}_k = 0$ , na rozdíl od obdobných součinů operátorů  $\hat{P}$  nebo  $\hat{I}$ .

Uvažujme nyní veliký počet systémů, z nichž každý je připraven ve smíšeném stavu popsaném maticí hustoty (12.43). Vybereme-li nahodile jeden z nich, bude to s pravděpodobností  $w_j$  systém v čistém stavu  $|\psi_j\rangle$ . Z předchozího víme, že při měření ÚMP $\{B\}$  ve stavu  $|\psi_j\rangle$  obdržíme vlastní hodnotu  $\{b\}_k$  s pravděpodobností

$$w_{j \rightarrow \{b\}_k} = \langle \{b\}_k | \psi_j \rangle \langle \psi_j | \{b\}_k \rangle = \langle \{b\}_k | \hat{E}_j | \{b\}_k \rangle. \quad (12.45)$$

Tedy při měření  $\{B\}$  u nahodile vybraného systému z výše zmíněného smíšeného souboru obdržíme výsledek  $\{b\}_k$  s pravděpodobností

$$w_{\{b\}_k} = \sum_j w_j w_{j \rightarrow \{b\}_k} = \langle \{b\}_k | \hat{W} | \{b\}_k \rangle. \quad (12.46)$$

Každý ze systémů tohoto souboru je však ve smíšeném stavu popsaném maticí hustoty (12.43). Formule (12.46) tak udává pravděpodobnost výsledku  $\{b\}_k$  při měření ÚMP $\{B\}$  na systému ve smíšeném stavu popsaném maticí hustoty  $\hat{W}$ .

Pokud je hilbertův prostor  $H$   $m$ -rozměrným, můžeme veličiny  $\hat{W}$ ,  $|\{b\}_k\rangle$ ,  $\langle\{b\}_k|$  považovat za čtvercové matice  $m \times m$ .

Jednosloupcovou maticí  $|\{b\}_k\rangle$  lze totiž identifikovat se čtvercovou maticí, jejíž první sloupec tvoří vektor  $|\{b\}_k\rangle$  a ostatní sloupce obsahují samé nuly. Zcela obdobně lze naložit s jednořádkovou maticí  $\langle\{b\}_k|$ . Prvá strana formule ( 12.46 ) pak představuje první diagonální (jediný nenulový) element součinu příslušných matic, a je tedy totožná se stopou tohoto součinu. Díky invarianci stopy součinu matic vůči jejich cyklické permutaci, můžeme vzorec ( 12.46 ) přepsat do tvaru

$$w_{\{b\}_k} = \text{Tr} \hat{W} |\{b\}_k\rangle \langle\{b\}_k| = \text{Tr} \hat{W} \hat{P}_{\{b\}_k} = \text{Tr} \hat{W}', \quad ( 12.47 )$$

kde

$$\hat{W}' \equiv \hat{P}_{\{b\}_k} \hat{W} \hat{P}_{\{b\}_k}. \quad ( 12.48 )$$

Pod stopou operátoru  $\hat{A}$  rozumíme obecně výraz

$$\text{Tr} \hat{A} \equiv \sum_k \langle \varphi_k | \hat{A} | \varphi_k \rangle, \quad ( 12.49 )$$

Kde  $\{|\varphi_k\rangle\}$  je ortonormální bázi  $H$ . Důležitý vztah ( 12.47 ) tak není omezen pouze na konečněrozměrné Hilbertovy prostory, ale platí zcela obecně. K tomu, aby pravděpodobnost ( 12.47 ) byla normalizována k jednotce, musí být stejně normalizovány i pravděpodobnosti  $w_j$  vystupující v matici hustoty ( 12.43 ), tj. musí platit

$$\sum_j w_j = \text{Tr} \hat{W} = 1. \quad ( 12.50 )$$

Často bývá výhodné pracovat s nenormalizovanou maticí hustoty, tj. s operátorem  $\hat{W}$  nesplňujícím podmínku ( 12.50 ). Potom místo vztahu ( 12.47 ) dostáváme

$$w_{\{b\}_k} = \frac{\text{Tr}\hat{W}'}{\text{Tr}\hat{W}}. \quad (12.51)$$

Není snad nutno zdůrazňovat, že systém, který vstoupil do filtru  $F_{\{b\}_k}$  ve smíšeném stavu  $\hat{W}$  a tímto filtrem prošel, se nachází v čistém stavu  $|\{b\}_k\rangle$ . O něco málo reální je otázka, v jakém stavu bude uvažovaný systém po průchodu filtrem  $F_{\Sigma\{b\}_k}$ , jehož rozlišovací schopnost není ideální. Z předchozího víme, že projde-li tímto filtrem systém který do něho vstoupil v čistém stavu popsaném normalizovaným vektorem

$$\frac{\hat{P}_{\Sigma\{b\}_k} |\psi_j\rangle}{\sqrt{w_{j \rightarrow \Sigma\{b\}_k}}} = \frac{\hat{P}_{\Sigma\{b\}_k} |\psi_j\rangle}{\|\hat{P}_{\Sigma\{b\}_k} |\psi_j\rangle\|} \quad (12.52)$$

je pravděpodobnost, že ke zmíněnému průchodu dojde.

Uvažujme smíšený soubor tvořený mnoha systémy, z nichž každý je ve smíšeném stavu  $\hat{W}$  (12.43). Systém nahodile vybraný z tohoto souboru bude s pravděpodobností  $w_j$  ve stavu  $|\psi_j\rangle$ . Tedy nahodile vybraný systém projde filtrem s pravděpodobností

$$w_{\Sigma\{b\}_k} = \sum_j w_j w_{j \rightarrow \Sigma\{b\}_k}. \quad (12.53)$$

Přitom po průchodu filtrem bude s pravděpodobností

$$\frac{w_j w_{j \rightarrow \Sigma\{b\}_k}}{w_{\Sigma\{b\}_k}} \quad (12.54)$$

ve stavu popsaném normalizovaným vektorem (12.52). Jinými slovy řečeno, systém, který vstoupí do filtru  $F_{\Sigma\{b\}_k}$  ve smíšeném stavu  $\hat{W}$ , projde tímto filtrem s pravděpodobností (12.53) a po průchodu bude ve stavu popsaném maticí hustoty



$$\hat{W}' = \sum_j w_j w_{j \rightarrow \Sigma\{b\}_k} \frac{\hat{P}_{\Sigma\{b\}_k} |\psi_j\rangle \langle \psi_j| \hat{P}_{\Sigma\{b\}_k}}{w_{j \rightarrow \Sigma\{b\}_k}} = \hat{P}_{\Sigma\{b\}_k} \hat{W} \hat{P}_{\Sigma\{b\}_k}. \quad (12.55)$$

Povšimněme si, že stopa matice hustoty

$$\text{Tr} \hat{W}' = \sum_j w_j \text{Tr} \hat{P}_{\Sigma\{b\}_k} |\psi_j\rangle \langle \psi_j| \hat{P}_{\Sigma\{b\}_k} = \sum_j w_j \langle \psi_j | \hat{P}_{\Sigma\{b\}_k} | \psi_j \rangle = w_{\Sigma\{b\}_k} \quad (12.56)$$

udává pravděpodobnost průchodu uvažovaným filtrem.

Uvažujme nyní tentýž systém prošlý stejným filtrem, doplněným o registrační přístroj  $R_{\{B\}}$ , dovolující určit, kterým z kanálů systém prošel. Pravděpodobnost průchodu  $k$ -tým kanálem je dána formulí (12.46). Pokud nezjišťujeme kterým z kanálů systém prošel ( $R_{\{B\}}$  je vypnutý), bude systém po průchodu ve smýšleném stavu popsaném maticí hustoty

$$\hat{W} = \sum_k w_{\{b\}_k} |\{b\}_k\rangle \langle \{b\}_k| = \sum_k \langle \{b\}_k | \hat{W} | \{b\}_k \rangle |\{b\}_k\rangle \langle \{b\}_k|, \quad (12.57)$$

takže

$$\hat{W}' = \sum_k \hat{P}_{\{b\}_k} \hat{W} \hat{P}_{\{b\}_k}. \quad (12.58)$$

Přitom její stopa

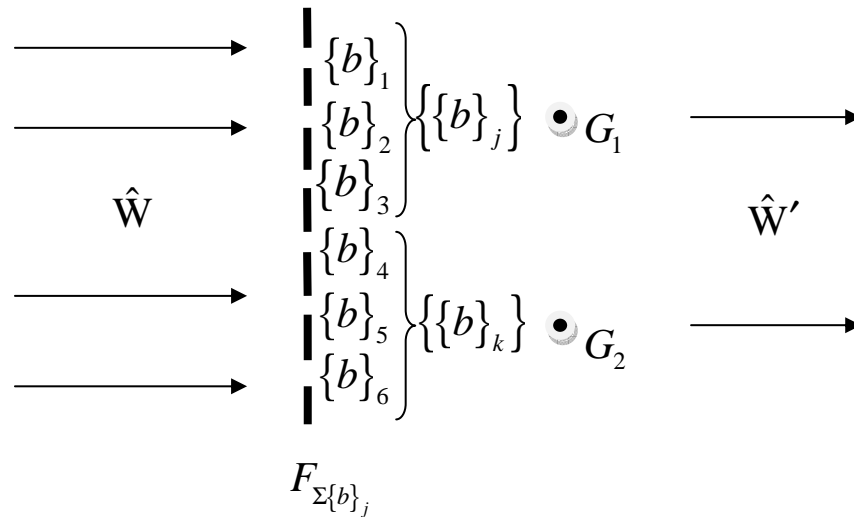
$$\text{Tr} \hat{W}' = \sum_k w_{\{b\}_k} = w_{\Sigma\{b\}_k} \quad (12.59)$$

udává pravděpodobnost průchodu libovolným z rozlišitelných kanálů zařízení  $F_{\Sigma\{b\}_k} + R_{\{B\}}$ .

Dosud jsme mlčky předpokládali, že registrační přístroj  $R_{\{B\}}$  má ideální rozlišovací schopnost. Pokusme se zobecnit předchozí výsledky i na případ, kdy registrační přístroj může mít rozlišovací

schopnost horší. Taková situace nastane např. v experimentu znázorněném na následujícím obrázku.

Obr. 12.7



Elektron ve smíšeném stavu popsaném normalizovanou maticí hustoty  $\hat{W}$  dopadá na stínítko s několika štěrbinami (filtr  $F_{\Sigma\{b\}_j}$ ). Geigerův počítač  $G_1$ , resp.  $G_2$  dá puls, kdykoliv elektron projde kterýmkoli ze skupiny kanálů  $\{\{b\}_j\}_1$ , resp.  $\{\{b\}_j\}_2$ . Zařízení  $R'_{\{B\}}$  tedy neumožňuje rozlišení mezi jednotlivými kanály za skupiny  $\{\{b\}_j\}_1$ , resp.  $\{\{b\}_j\}_2$ . Jestliže počítač  $G_1$  dá puls, znamená to, že systém prošel otevřenými kanály  $\{\{b\}_j\}_1$  a nachází se ve stavu (viz ( 12.55 ))

$$\hat{W}'_1 = \hat{P}_1 \hat{W} \hat{P}_1, \quad ( 12.60 )$$

kde

$$\hat{P}_1 \equiv \hat{P}_{\Sigma\{b\}_j} \quad ( 12.61 )$$

a sumace probíhá přes všechny kanály první skupiny. Z formule ( 12.59 ) vidíme, že pravděpodobnost pulsu je dána stopou matice hustoty ( 12.60 ), tj.

$$w_1 = \text{Tr} \hat{W}'_1. \quad (12.62)$$

Obdobnou úvahu lze zopakovat pro počítač  $G_2$ .

Obecně platí, že pokud je systém s pravděpodobností  $w_j$  ve smíšeném stavu popsaném normalizovanou maticí hustoty  $\hat{W}_j$ ,  $j = 1, 2, \dots$ , potom je tento systém ve smíšeném stavu popsaném maticí hustoty

$$\hat{W} = \sum_j w_j \hat{W}_j, \quad (12.63)$$

se stopou

$$\text{Tr} \hat{W} = \sum_j w_j. \quad (12.64)$$

V uvažovaném případě je systém s pravděpodobností  $w'_l$  ve smíšeném stavu popsaném normalizovanou maticí hustoty

$$\hat{W}''_l = \frac{\hat{W}'_l}{w'_l}. \quad (12.65)$$

Tedy, nerozlišujeme-li který z počítačů pracoval, nalézá se systém za  $R'_{\{B\}}$  ve smíšeném stavu popsaném maticí hustoty

$$\hat{W}' = \sum_l w'_l \hat{W}''_l = \sum_l \hat{W}'_l = \sum_l \hat{P}_l \hat{W} \hat{P}_l \quad (12.66)$$

jejíž stopa udává pravděpodobnost průchodu systému zařízením  $F_{\Sigma\{b\}_j} + R'_{\{B\}}$ .

Platnost tohoto výsledku není pochopitelně omezena pouze na experiment znázorněný na obr. 12.7. Projekční operátory  $\hat{P}_l$  opovídají otevřeným makroskopickým kanálům, mezi nimiž jsme schopni principiálně rozlišovat. Rozměr podprostoru odpovídajícího  $\hat{P}_l$  je roven počtu makroskopických kanálů, jež pomocí daného zařízení

principiálně rozlišit nemůžeme, zahrnutých do  $l$ -tého makroskopického kanálu. Pokud každý makroskopický kanál obsahuje pouze jeden kanál mikroskopický, redukuje se formule ( 12.66 ) na dříve nalezený vzorec ( 12.58 ). Také vztah ( 12.55 ) je zahrnut ve formuli ( 12.66 ) jako speciální případ odpovídající zařízení s jediným otevřeným makroskopickým kanálem. Čistý stav lze považovat za speciální případ stavu smíšeného. Odpovídající normalizovaná matice hustoty ( 12.43 ) se redukuje na projekční operátor do jednorozměrného podprostoru definovaného paprskem, který jsme dříve přiřadili témuž stavu. Např. stav připravený průchodem systému filtrem  $F_{\{a\}_i}$  můžeme popsat buď paprskem určeným normalizovaným vektorem  $|\{a\}_i\rangle$  nebo normalizovanou maticí hustoty

$$\hat{W} = \hat{P}_{\{a\}_i} = |\{a\}_i\rangle\langle\{a\}_i|. \quad ( 12.67 )$$

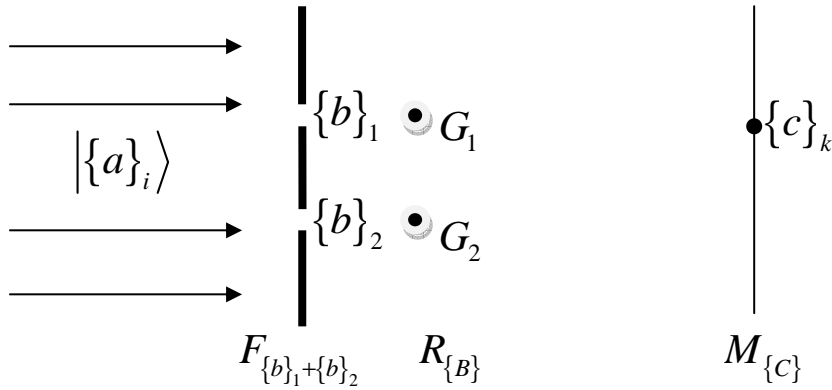
Konkrétní zápis matice hustoty  $\hat{W}$  obdržené jako výsledek výpočtů bývá dosti komplikovaný. Rozhodnout, zda nalezený operátor  $\hat{W}$  popisuje stav čistý nebo smíšený usnadňuje následující věta: Nechť  $\hat{W}$  je normalizovaná matice hustoty. Potom

$$\text{Tr}\hat{W}^2 \leq 1, \quad ( 12.68 )$$

kde rovnost platí tehdy a jen tehdy, je-li popisovaný stav čistým.

Při analýze konkrétních případů je důležité si uvědomit, do jaké míry dané zařízení principiálně umožňuje rozhodnout, kterým z otevřených kanálů systém prošel (srov. ( 12.55 ), ( 12.58 ), ( 12.66 )). Můžeme to opět ilustrovat na jednoduchém příkladu znázorněném na obrázku 12.8. Jedná se o podobný experiment jako na obr. 12.5, pouze za každou šterbinou je navíc umístěn Geigerův počítač. Tyto dva počítače představují registrační přístroj  $R_{\{B\}}$  umožňující zjistit, kterým z kanálů filtru systém prošel.

Obr. 12.8



Uvědomíme-li si že čistý stav elektronu vstupujícího do filtru můžeme popsat maticí hustoty

$$\hat{W} = |\{a\}_j\rangle\langle\{a\}_j|, \quad (12.69)$$

potom ze vztahu ( 12.58 ) víme, že elektron, který se dostal za registrační přístroj  $R_{\{B\}}$ , v případě, kdy se nezajímáme o to, který z Geigerových počítaců pracoval, je ve smíšeném stavu popsaném maticí hustoty

$$\hat{W}' = \sum_{i=1}^2 \hat{P}_{\{b\}_i} |\{a\}_j\rangle\langle\{a\}_j| \hat{P}_{\{b\}_i} = \sum_{i=1}^2 w_{\{a\}_j \rightarrow \{b\}_i} |\{b\}_i\rangle\langle\{b\}_i|, \quad (12.70)$$

kde

$$w_{\{a\}_j \rightarrow \{b\}_i} \equiv \left| \langle\{b\}_i | \{a\}_j \rangle \right|^2. \quad (12.71)$$

Přitom pravděpodobnost, že se elektron dostane za soustavu Geigerů je rovna

$$w_{\{a\}_j \rightarrow \Sigma\{b\}_i} = \text{Tr} \hat{W}'. \quad (12.72)$$

Pravděpodobnost, že při měření  $\hat{U}MP\{C\}$  na elektronu ve smíšeném stavu  $\hat{W}'$  bude nalezena hodnota  $\{c\}_k$  je podle vztahu ( 12.51 ) rovna

$$w_{\{c\}_k} = \frac{\text{Tr}\left(\hat{P}_{\{c\}_k} \hat{W} \hat{P}_{\{c\}_k}\right)}{\text{Tr}\hat{W}}. \quad ( 12.73 )$$

Tedy pravděpodobnost, že elektron, který vstupuje do filtru  $F_{\{b\}_1+\{b\}_2}$  ve stavu  $|\{a\}_j\rangle$  způsobí zčernání  $k$ -tého zrna fotografické desky  $M_{\{c\}}$  je

$$\begin{aligned} w_{\{a\}_j \rightarrow \Sigma\{b\}_i \rightarrow \{c\}_k} &= w_{\{a\}_j \rightarrow \Sigma\{b\}_i} w_{\{c\}_k} = \text{Tr}\left(\hat{P}_{\{c\}_k} \hat{W} \hat{P}_{\{c\}_k}\right) = \langle \{c\}_k | \hat{W} | \{c\}_k \rangle = \\ &= \sum_{i=1}^2 w_{\{a\}_j \rightarrow \{b\}_i} w_{\{b\}_i \rightarrow \{c\}_k} = \sum_{i=1}^2 w_{\{a\}_j \rightarrow \{b\}_i} \left| \langle \{c\}_k | \{c\}_i \rangle \right|^2. \end{aligned} \quad ( 12.74 )$$

Přerušíme-li nyní přívod napětí na oba počítače v  $R_{\{B\}}$ , nebudeme schopni rozlišit, kterou ze štěrbin elektron prošel a pravděpodobnost, že  $k$ -té zrna z  $M_{\{c\}}$  zčerná je dána formulí ( 12.30 ). Svazek dopadající na  $M_{\{c\}}$  představuje čistý soubor, jehož každý elektron je ve stavu ( 12.25 ). Tento výsledek je však naprosto šokující a má nedozírné důsledky pro celou fyziku, včetně fyzikálního uchopení podstaty vědomí. Obsah vztahů ( 12.30 ) a ( 12.74 ) lze formulovat jako obecné pravidlo: jestliže přechod z daného počátečního stavu do daného stavu koncového může probíhat přes několik mezistavů, potom se aditivně skládají amplitudy pravděpodobnosti, jestliže v rámci daného experimentu není principiálně možno rozlišit jednotlivé mezistavy. Mikroobjekty se v tomto případě chovají jako vlnění. Princip komplementarity se se uplatní tehdy, doplníme-li experiment detektorem umožňujícím určit, kterou ze štěrbin zkoumaný systém prošel, tj. získáme-li informaci o realizované cestě. Jestliže v rámci experimentu jednotlivé stavy principiálně rozlišit můžeme, tehdy hovoříme o skládání pravděpodobností. V tomto případě interferenční jevy zmizí a naměříme prosté částicové rozložení pravděpodobnosti, viz obr. 12.1a. Toto chování objektů

mikrosvětla se zdá být nepochopitelné a paradoxní. Ukazuje na nutnost zásadní revize našeho pojmového aparátu a vžitých představ odvozených ze světa makroskopické zkušenosti. Úlohou každé fyzikální teorie je poskytnout co možná nejsprávnější kvantitativní předpovědi výsledků realizovatelných experimentů, na jejichž výklad teorie aspiruje. Z tohoto hlediska patří kvantová teorie bezesporu mezi nejúspěšnější teorie vůbec. Souhlas jejích předpovědí se skutečností je doslova udivující. Proto se kvantová teorie stala jedním ze základních pilířů moderní fyziky. Přes toto své takřka výsadní postavení, a snad právě proto, je kvantová teorie stále znovu a znovu vystavována nemilosrdné konfrontaci s novými přesnějšími a rafinovanějšími experimenty.

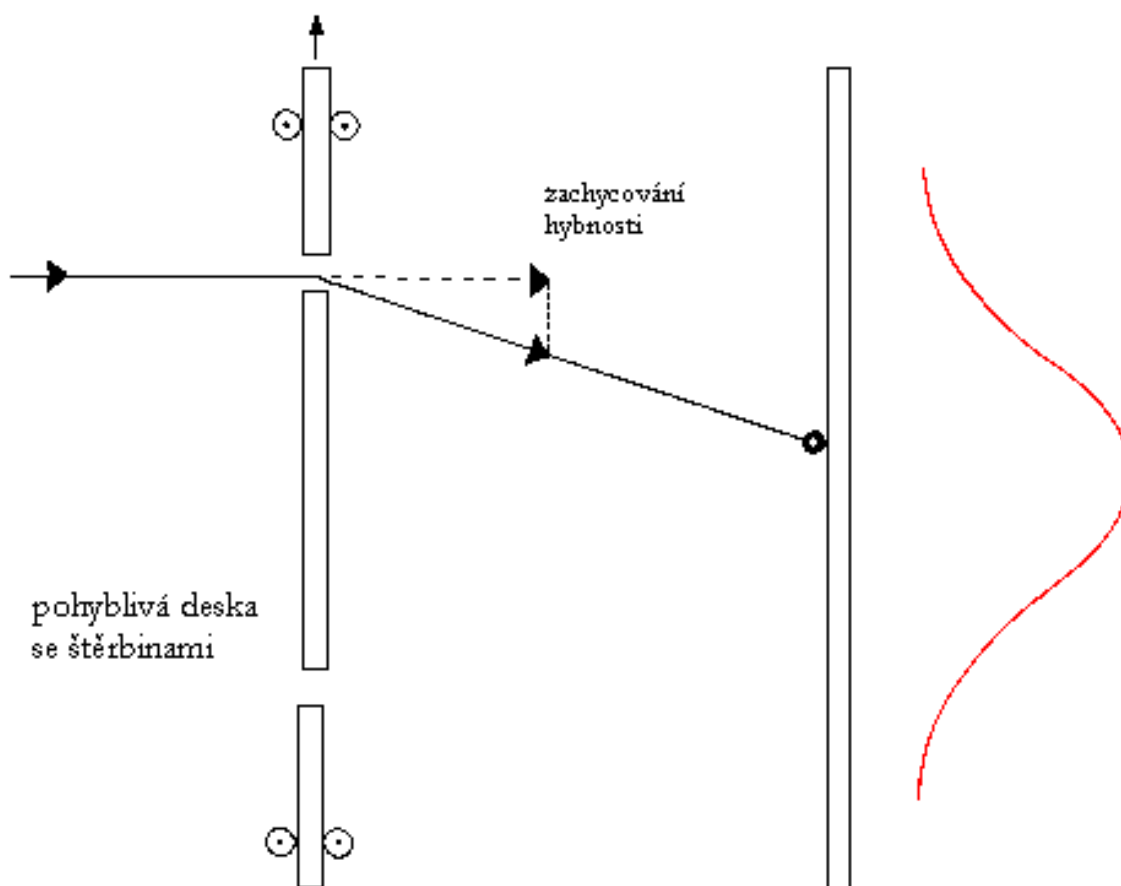
### **Einsteinova verze experimentu**

Popsané dualistické chování objektů mikrosvětla v pokusu se dvěma štěrbinami je z hlediska klasické fyziky nečekané a přímo vyzývá k experimentálnímu ověřování. Byl to sám Einstein, který v roce 1927 navrhl verzi Youngova pokusu, od níž si sliboval, že prokáže nekonzistenci kvantové mechaniky (Einstein totiž patřil k vůbec největším kritikům této teorie).

Podle Einsteina stačí uvolnit přední desku se štěrbinami tak, aby se mohla pohybovat ve směru naznačeném na obr. 12.8. Protože musí platit zákon zachování celkové hybnosti dopadajícího i prošlého fotonu a desky (o níž předpokládáme, že je na počátku v klidu), stačí sledovat pohyb desky po průchodu fotonu štěrbinami, abychom určili realizovanou dráhu. Pokud foton na obrázku prošel horní štěrbinou, bude se deska pohybovat směrem nahoru, prošel-li dolní, bude se pohybovat dolů. Podle Einsteina se na stínítku vytvoří Youngův interferenční obrazec a přitom jsme schopni určovat realizovanou dráhu, což je ve sporu s postuláty kvantové teorie. Jak však záhy ukázal Bohr, Einstein se ve svých úvahách dopustil chyby.

Heisenbergova relace neurčitosti totiž platí i pro přední pohyblivou desku. Chceme-li proto určit dostatečně přesně její pohyb (hybnost), stává se její poloha více neurčitou. Právě tato neurčitost v poloze štěrbin způsobí rozmazání interferenčního obrazce v důsledku ztráty

koherence (konstantního fázového posunutí podél obou drah v místě dopadu na stínítko) – přesně v souladu s pravidly kvantové teorie.



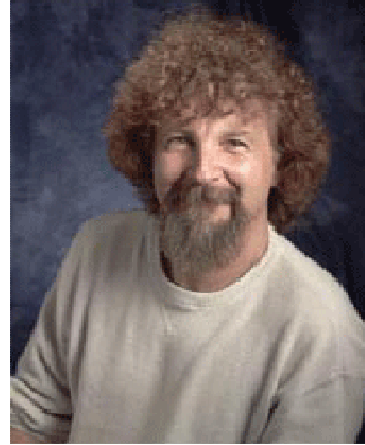
**Obr. 12.9.** Einsteinova verze pokusu se dvěma štěrbinami a světlem. Může-li se přední deska pohybovat, lze určovat realizovanou dráhu fotonů a interferenční obrazec se rozmáže.

Wootters a Zurek nedávno znovu podrobně analyzovali Einsteinovu verzi pokusu se dvěma štěrbinami a ukázali mimo jiné, že interferenční obrazec se rozmazává tím více, čím přesnější informaci o pohybu přední desky a tedy i o realizované cestě získáváme.





**William Wootters (1950)**

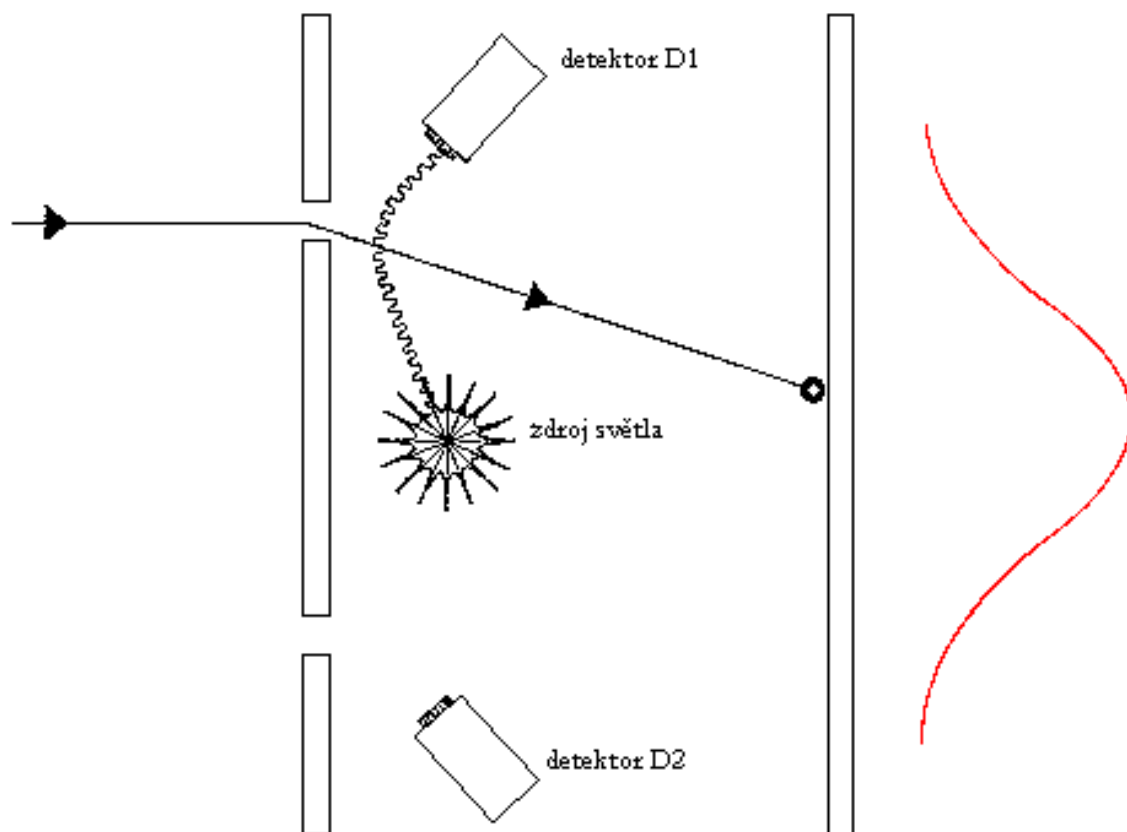


**Wojciech Hubert Zurek (1951)**

Je-li poloha desky naprosto jistá (např. při jejím upevnění), nevíme nic o její hybnosti ani realizované cestě a pozorujeme interferenční obrazec. Naopak při přesném změření hybnosti desky je realizovaná dráha již s jistotou určena, čemuž odpovídá rozmazaný "částicový" obrazec bez interference. Mezi těmito dvěma extrémními případy ovšem existuje **spojitý přechod**: bezpočet situací, při nichž zjistíme pohyb desky s jistou konečnou nepřesností, v důsledku čehož má i informace o realizované cestě pravděpodobnostní charakter. Tomu odpovídá obrazec na stínítku, jenž je kombinací (superpozicí) částicového a interferenčního, a to přesně v kontrastním poměru odpovídajícímu míře informace o realizované cestě. Čím zřetelněji chceme pozorovat vlnovou povahu světla, tím více se musíme vzdát informací o jeho částicových vlastnostech.

### **Feynmanova verze experimentu**

Jinou verzi dvouštěbinového pokusu uvádí Feynman ve svých slavných přednáškách z fyziky. Namísto světla (fotonů) předpokládá vysílání elektronů. Za štěrbinami je umístěn zdroj světla, viz. obr. 12.10. Proletne-li elektron horní štěrbinou, světlo se na něm rozptýlí a fotodetektor  $D_1$  namířený na tuto štěrbinu zaznamená záblesk. Naopak fotodetektor  $D_2$  zachytí záblesk jen v tom případě, kdy elektron projde dolní štěrbinou.



**Obr. 12.10. Feynmanova verze pokusu se dvěma štěrbinami a elektrony. Zjišťování realizované dráhy pomocí detektorů způsobí rozmazání interferenčního obrazce, neboť použité světlo ovlivňuje při rozptylu prolétávající elektrony.**

Feynman podrobně propočítává, že i v tomto případě zjišťování dráhy elektronu pomocí fotodetektorů způsobí rozmazání interferenčního obrazce na stínítku. Je totiž třeba uvážit, že proces rozptylu světla vysílaného ze zdroje S prolétávající elektron ovlivní: světlo se při rozptylu chová jako foton nesoucí jistou hybnost a energii (nepřímo úměrné vlnové délce použitého světla). Jistá náhodná část hybnosti a energie se mezi fotonem a elektronem předá, koherence drah se poruší a interferenční proužky se rozmazou. Setkáváme se tu se situací pro mikrosvět charakteristickou: měření podstatným způsobem ovlivňuje měřený objekt. I ve Feynmanově verzi experimentu platí, že přechod mezi "částicovým" a "vlnovým" chováním elektronů je spojitý, a to v závislosti na vlnové délce použitého světla. Má-li světlo ze zdroje S vlnovou délku mnohem větší než je vzdálenost štěrbin, nejsme schopni rozhodnout, kterou z obou štěrbin elektron proletěl, neboť rozlišovací schopnost (přesnost lokalizace) je vždy větší než vlnová

délka. Na stínítku pozorujeme ostrý interferenční obrazec, neboť hybnost a energie fotonů je natolik malá, že nemůže podstatným způsobem prolétávající elektrony ovlivnit. Zkracujeme-li vlnovou délku použitého světla, zlepšuje se rozlišovací schopnost detektorů a roste naše schopnost určit, kterou štěrbinou elektron proletěl.

Současně ovšem roste hybnost i energie fotonů a v důsledku toho i poruchy způsobené v pohybu elektronů procesem rozptylu.

Interferenční obrazec se rozmazává a je de facto suprepozicí čistého interferenčního a částicového obrazce v poměru daném podílem vlnové délky ku vzdálenosti štěrbin. Blíží-li se vlnová délka k nule, podávají detektory naprosto spolehlivou informaci o realizované cestě elektronů, přičemž obraz na stínítku se, v souladu s pravidly kvantové teorie, stává výhradně částicovým. Feynmanův závěr je tedy pesimistický: "Zařízení umožňující určit, kterým otvorem elektron prošel, nemůže být natolik "jemné", aby při měření podstatně neporušilo interferenční obrazec. Nikdo dosud nenašel cestu, která obejde relaci neurčitosti".

Princip neurčitosti lze totiž odvodit úvahami o částicové povaze vln, namísto úvah o vlnové povaze částic, jak jsme to učinili ve 3. kapitole. Demonstrujme si to na jednoduchém příkladu: Abychom byli schopni provést měření např. polohy a hybnosti elektronu, musíme s ním vejít v interakci. Můžeme elektron zkoumat např. pomocí světla vlnové délky  $\lambda$ , jako na obr. 12.10. Fotony necháme dopadat na elektron, přičemž každý z fotonů nese hybnost  $h/\lambda$ . Velikost změny hybnosti elektronu po srážce s takovýmto fotonem bude přibližně téhož řádu, takže proces měření zavádí neurčitost hybnosti elektronu

$$\Delta p \approx \frac{h}{\lambda}. \quad (12.75)$$

Čím větší je tedy vlnová délka použitého světla, tím menší je výsledná neurčitost jeho hybnosti. Vzhledem k vlnovým vlastnostem použitého světla lze očekávat stanovení polohy elektronu s přesností v řádu jedné vlnové délky použitého světla, tj. v nejlepším případě

$$\Delta x \approx \lambda. \quad (12.76)$$

Čím kratší je vlnová délka, tím menší je neurčitost polohy elektronu. Dosazením ( 12.76 ) do ( 12.75 ) nalézáme, že přibližně platí relace neurčitosti

$$\Delta x \Delta p \geq h. \quad ( 12.77 )$$

Přesnější analýza vlnového klubka, provedená ve 3. kapitole, pak vede ke správnému tvaru ( 3.75 ) relace neurčitosti mezi polohou a hybností.

Lze ukázat, že za předpokladu, kdy lze stanovit polohu částice s přesností  $\Delta x$ , která je lepší, než  $1/2\pi$  vzdálenosti  $d$  mezi štěrbinami

$$\Delta x < \frac{d}{2\pi} \quad ( 12.78 )$$

mohli bychom určit, kterou ze štěrbin foton prošel. V tomto případě je však neurčitost  $\Delta p_x$  složky  $x$  její hybnosti

$$\Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi\Delta x} > \frac{h}{2d}. \quad ( 12.79 )$$

Tato změna hybnosti znamená posunutí místa dopadu elektronu na stínítko o úsek

$$\delta = \frac{\Delta p_x}{p_y} l, \quad ( 12.80 )$$

kde  $l$  je vzdálenost štěrbin. Protože  $p_x \ll p$  (difrakční posun je malý ve srovnání se vzdáleností  $l$ ), je  $p_x \approx p$  a můžeme psát

$$\delta \approx \frac{\Delta p_x}{h} \lambda l > \frac{\lambda l}{2d}. \quad ( 12.81 )$$

To je však přesně vzdálenost mezi interferenčním maximem a minimem na interferenčním obrazci. Interakcí s fotony se tak interferogram rozmazává. Cenou za získání informace o realizované cestě elektronu je zánik interferenčního obrazce.

Tato a podobné úvahy evokují, že elektron má v každém čase určitou polohu i hybnost a že je to proces měření, který zavádí do kvantového světa neurčitost. Ve skutečnosti je však tomu naopak – neurčitost je vlastní povahou každého pohybujícího se tělesa. Ospravedlněním pro úvahy tohoto typu je velmi názorná ukázka nemožnosti obejít principu neurčitosti.

### **Verze experimentu s "jemnou" detekcí pomocí mikromaserů**

V 90. letech minulého století fyzikové Marlan O. Scully z Univerzity v Novém Mexiku, Julian Schwinger z Kalifornské Univerzity, Berthold Georg Englert a Herbert Walther z Institutu Maxe Plancka, navrhli a též uskutečnili další, tentokrát technicky velmi náročnou, modifikaci dvojštěrbínového experimentu, která umožňuje detekci realizované cesty. Přínos a hloubka jejich práce spočívá právě ve skutečnosti, že jimi prováděný způsob detekce je velmi "jemný", takže minimalizuje rušivé ovlivnění měřených objektů.



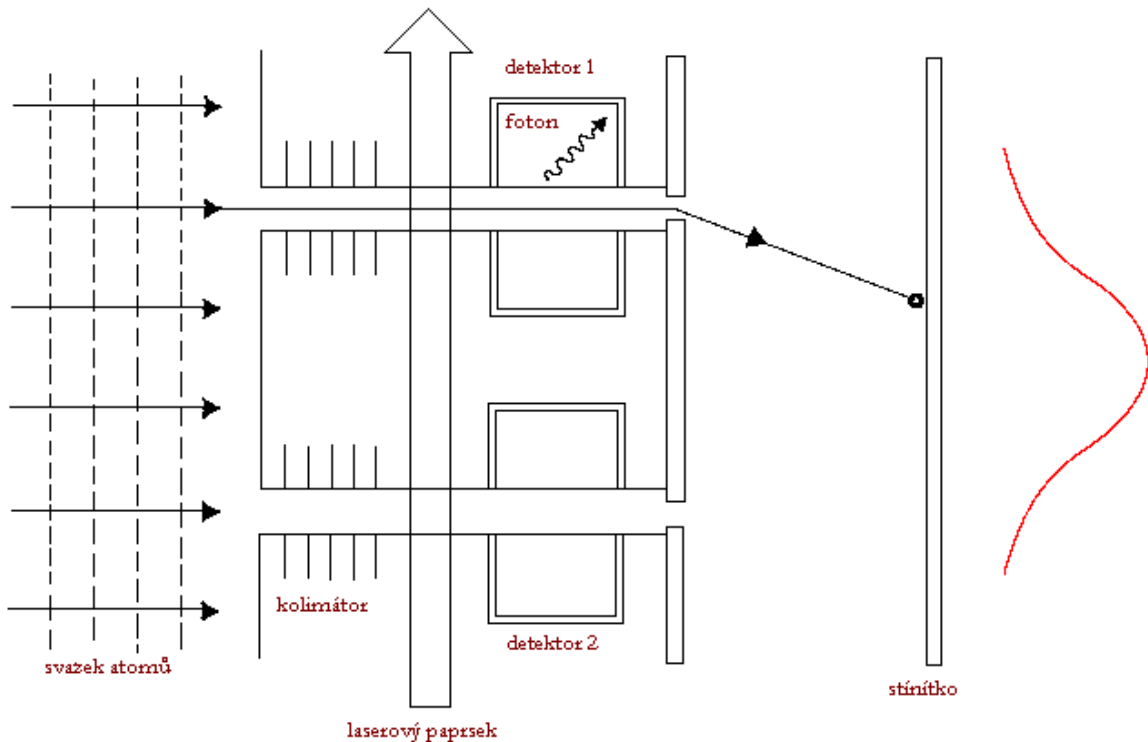
**Marlan Orvil Scully (1939)**



**Berthold Georg Englert (1954)**



**Herbert Walther (1935 – 2006)**



Obr. 12.11. Zařízení, které umožňuje zjistit realizovanou dráhu atomů. Fotony vyzářené vždy v jedné z dutin jsou nízkoenergetické, takže jejich emise nenarušuje pohyb atomů.

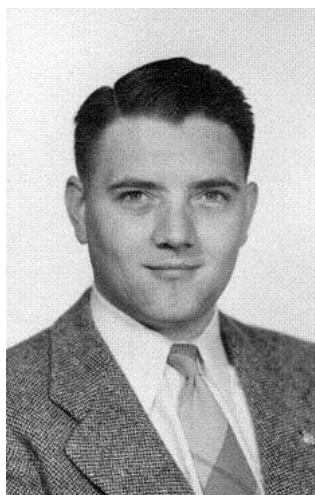
Schematické znázornění navrženého experimentu je na Obr. 12.11. Uvažujme proud atomů dopadající na desku se dvěma štěrbinami. Za nimi jsou umístěny kolimátory, jež vytvoří dva rovnoběžné atomové svazky. Tyto pak odděleně procházejí dvěma detektory a následně dvěma ještě užšími štěrbinami, díky nimž vznikne na stínítku obrazec. Podstata experimentu spočívá právě v použití atomů, které mají proti fotonům či elektronům složitou vnitřní strukturu elektronových slupek a tudíž i dodatečné stupně volnosti. Právě s jejich pomocí je možno atomy vhodným způsobem "označit" a poté detekovat. "Označení" se provádí vhodně "naladěným" intenzívním laserovým paprskem, jenž vybudí elektrony všech procházejících atomů ze základního do vysoce excitovaného stavu, jenž má za obvyklých okolností dlouhou dobu života. Excitované atomy každého svazku v zařízení ovšem procházejí dutinami maserového detektoru, které působí jako rezonátory, kde je situace zcela jiná. Elektrony zde mají silnou tendenci přecházet zpět do stavu nižšího, v důsledku čehož vždy dojde k vyzáření nízkoenergetických fotonů. Jejich detekcí lze rozlišit, zda atom prošel horní či dolní štěrbinou. Důležité je, že fotony mají nízkou energii, a

proto proces jejich vyzáření nenarušuje podstatně pohyb mnohem těžších "mateřských" atomů.

Jedná se tedy o takřka ideální zařízení umožňující testovat základy kvantové teorie, která předpovídá, že kdykoli v zařízení získáme informaci o realizované cestě, interferenční obrazec se rozmaže. Měření provedená v Institutu Maxe Plancka v Garchingu to potvrdila. Prokázalo se, že vlnové a částicové chování kvantového systému (interference versus dráha) se navzájem vylučují. Navíc se jasně prokázalo, že to, co rozhoduje o výsledku pokusu, je samotná informace uchovaná v měřícím zařízení a nikoliv nekontrolovatelné vlivy vzniklé působením zařízení na měřený objekt. Zmíněná skutečnost implikuje vsutku "paradoxní" možnosti spočívající v tom, že pouhou manipulací s informací o realizované cestě lze ovlivnit výsledek pokusu, a to dokonce dlouho poté, co experiment proběhl.

### **Problém kvantového "smazávání" informace**

Jako první upozornil na tento pozoruhodný aspekt kvantové teorie koncem 70. let J. A. Wheeler a nazval odpovídající pokusy jako tzv. experimenty s opožděnou volbou (delayed-choice experiments). Jejich podstata spočívá v tom, že experimentátor může ve dvojštěřbinovém pokusu odložit své rozhodnutí, zda bude svým měřícím zařízením zjišťovat realizovanou dráhu mikroobjektu či ne (a "donutit" ho tím chovat se buď částicově nebo vlnově) až do doby, kdy mikroobjekt již dopadl na stínítko!

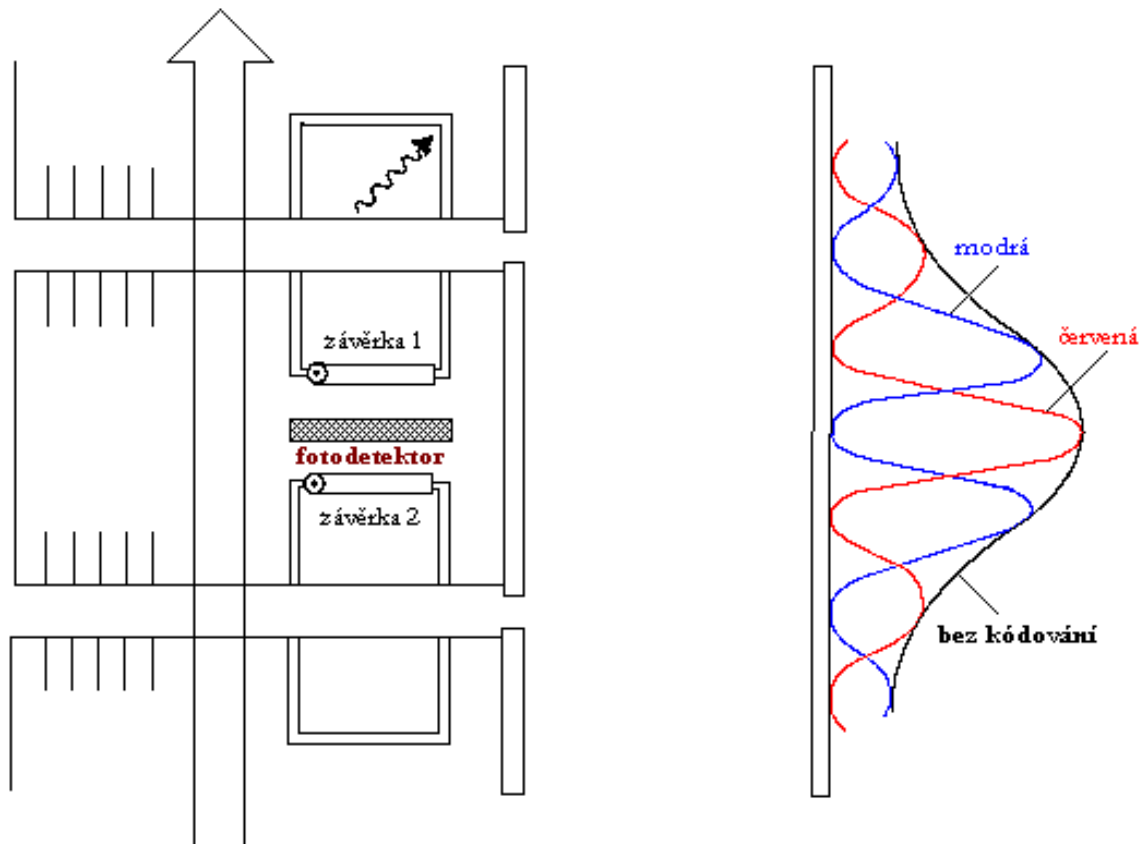


**Edwin Thompson Jaynes (1922 – 1998)**

Obdobně Edwin Jaynes formuloval počátkem 80. let tzv. **problémem kvantového smazávání** (quantum eraser problem). Jde o to, zda je či není možné znovuobnovit interferenční obrazec prostě jen tím, že dodatečně "vymažeme" informaci o realizované cestě uchovávanou v měřicím zařízení. Použitím či nepoužitím smazávacího mechanismu před měřením stavu maserových dutin můžeme, a to zcela dle naší libovůle, přinutit atomový svazek zaujmout:

- a) Stav se známou dráhou a nemožností zjistit interferenční jevy při jakémkoliv následujícím měření.
- b) Stav v němž se vlny od obou štěrbin nacházejí v měřitelné relativní fázi.

Interferenční jevy jsou tak nejen pozorovatelné, ale též předvídatelné. Můžeme se sami rozhodnout, který z nich realizovat a to i poté, co již interakce skončila a atomy se nalézají daleko od dutin, takže není myslitelný jakýkoliv fyzikální vliv na atom.



Obr. 12.12. Modifikace pokusu umožňující testování problému "kvantového smazávání".



Na obr. 12.12. je schematicky znázorněna modifikace předchozího pokusu v principu umožňující kvantové smazávání informace experimentálně provádět. Oproti zařízení na obr. 12.11. je přístroj doplněn jedním fotodetektozem se systémem dvou závěrek, umístěným mezi dutinami obou maserů. Na počátku experimentu jsou obě závěrky uzavřené. Excitovaný atom projde jednou z dutin (horní či dolní) a uloží zde emitovaný mikrovlnný foton, reprezentující informaci o realizované cestě. Zatímco foton rezonuje v dutině, atom projde celým zařízením a dopadne na jistém místě stínítka, kde zanechá stopu. Teprve poté otevřeme současně obě závěrky. Foton nacházející se v jedné z dutin má nyní možnost dopadnout na fotodetektor. Kvantová teorie předpovídá, že se tak stane s 50% pravděpodobností. Protože však v experimentu nejsme schopni rozlišit, zda foton dopadl na fotodetektor z horní či dolní dutiny, nepředstavuje signál z fotodetektoru informaci o realizované cestě, ale naopak skutečnost, že informace o realizované cestě (kterou bylo před otevřením závěrek ještě v principu možno získat) byla s jistotou smazána, neboť nyní již neexistuje. Stopu po dopadu atomu lze na stínítku označit barevně, a to v závislosti na signálu z fotodetektoru. Označme stopu například červeně, jestliže foton detekován byl a modře, jestliže foton detekován nebyl. Po průchodu mnoha atomů zařízením bychom podle kvantové teorie měli na stínítku spatřit interferenční obrazec složený střídavě z červených a modrých proužků, navzájem se doplňujících. Kvantová teorie tak řeší "Jaynesův paradox". Řešení spočívá právě v předpovědi (z hlediska prostého rozumu poněkud překvapivé), že fotodetektor po otevření závěrek zaregistruje foton pouze v polovině případů. Je to důsledek následující skutečnosti:

Vlnová funkce po průchodu atomu filtrem je dána vztahem

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \psi_1(\mathbf{r}) |1,0\rangle + \psi_2(\mathbf{r}) |0,1\rangle \} |a\rangle |d\rangle, \quad (12.82)$$

kde  $\psi_1(\mathbf{r})$ , resp.  $\psi_2(\mathbf{r})$  jsou prostorové části vlnových funkcí odpovídající průchodu horní, resp. dolní šterbinou. Ket  $|0,1\rangle$  popisuje stav, kdy jeden foton je v horní a žádný v dolní dutině, tj odpovídá

binární jednosloupcové matici  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Ket  $|0,1\rangle$  popisuje stav opačný, tj.

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Ket  $|a\rangle$  popisuje vnitřní stavy atomu a  $|d\rangle$  je základní stav

fotodetektoru. Po formální substituci

$$\psi_{\pm}(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\{\psi_1(\mathbf{r}) \pm \psi_2(\mathbf{r})\}, \quad (12.83)$$

$$|\pm\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\{|1,0\rangle \pm |0,1\rangle\},$$

lze vlnovou funkci ( 12.82 ) psát ve tvaru

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2}}\{\psi_+(\mathbf{r})|+\rangle + \psi_-(\mathbf{r})|-\rangle\}|a\rangle|d\rangle. \quad (12.84)$$

Po otevření závěrek dojde k interferenci fotonů v dutinách s fotodetektorem. Protože je interakční hamiltonián symetrický, váže se jen na stav  $|+\rangle$  a nikoli na  $|-\rangle$ . Foton je proto zaregistrován jen v případě, kdy je atom popsán funkcí  $\psi_+(\mathbf{r})$  určující červené interferenční proužky. V případě kdy je atom popsán funkcí  $\psi_-(\mathbf{r})$ , k registraci fotonu nedojde a objeví se interferenční proužky modré. Četnost obou alternativ je stejná a proto je foton zaregistrován v polovině všech případů.

Ty případy, v nichž byl foton zaregistrován, tedy vytvoří na stínítku obrazec červených interferenčních proužků, zbylé případy doplní obrazec o modré "antiproužky". Odstraníme-li barevné kódování, interferenční obrazec se stane nepozorovatelným, neboť červené a modré interferenční proužky se navzájem doplňují. To je v souladu s principem komplementarity, neboť odstranění barevného kódování efektivně znamená, že fotodetektorem měření vůbec neprovádíme (neotevíráme závěrky) a informace o realizované cestě tak zůstává neporušeně uchována v dutinách.

Uvedený příklad dává užitečný vhled do samotné podstaty problému. Ono "paradoxní" objevení se interferenčních proužků po otevření závěrek je vlastně jen pouhým rozkladem celkového obrazce do dvou disjunktních podmnožin definovaných podle toho, zda byl foton emitovaný průchodem atomu dutinami detekován či nikoli. Klíčovou roli tu hraje **korelace** mezi místem dopadu atomu a stavem fotodetektoru po otevření závěrek. Není to tedy tak, že by jednotlivé atomy "věděly", kam na stínítku dopadnout dávno před tím, než jim to experimentální zařízení (a naše rozhodnutí) "řeklo". Naopak je to místo dopadu atomu, jež určuje výsledek měření fotodetektorem: pro atom dopadlý do místa červeného interferenčního proužku přejde fotodetektor po otevření závěrek do excitovaného stavu, zatímco pro atom z modrého antiproužku ne. Kauzalita zůstává i nadále v platnosti.

Atom připravený ve stavu  $\psi_+(\mathbf{r})$  označme nyní pro stručnost jako kvantovou entitu  $A$ , atom připravený ve stavu  $\psi_-(\mathbf{r})$  jako kvantovou entitu  $B$ . Interferenční proužek označíme  $a$ , interferenční antiproužek  $b$ . Z předešlého pak plynou obecná kvantová pravidla platná pro veškeré mikroobjekty:

Entita  $A$  může projít pouze jedním z otevřených kanálů a nese o tom informaci. Entita  $B$  projde zároveň všemi otevřenými kanály, avšak, je-li otevřen pouze jediný kanál, projde rovněž. Nenese ovšem žádnou informaci o realizované cestě. Entita  $A$  zanechává na měřícím zařízení  $M_{\{C\}}$  s ideální hrubostí zrna vždy obrazec  $a/2$  (rozumí se tím, že způsobí zčernání  $k$ -tého zrna fotografické desky v oblasti interferenčního proužku, a to s pravděpodobností  $1/2$ ). Entita  $B$  při otevřeném jediném kanálu zanechá na  $M_{\{C\}}$  rovněž obrazec  $a/2$ , při otevřeném větším množství kanálů však zanechá na  $M_{\{C\}}$  obrazec  $b$  (tj. způsobí zčernání  $k$ -tého zrna v oblasti interferenčního antiproužku s pravděpodobností 1). Diskuse o tom, zda entita  $B$  prošla jedním, či více kanály zároveň, pak ztrácí význam.

Z tohoto hlediska jsou jak místo dopadu, tak i výsledek měření fotodetektořem předem jednoznačně určeny stavem částice  $\psi_+(\mathbf{r})$ , resp.  $\psi_-(\mathbf{r})$ , vstupující do filtru.

Samotná realizace pokusů schematicky znázorněných na obr. 12.11 a Obr. 12.12 s "jemnou", nedestruktivní detekcí dráhy atomů pomocí mikromaserů je technicky nesmírně náročná. V zařízení se nachází vždy jen jediný atom rubidia. Velmi přesně "naladěný" laserový paprsek jej převádí do vysoce excitovaného stavu s hlavním kvantovým číslem  $n = 63$ . V dutině mikromaseru o velikosti 25 mm vyrobené z niobu a chlazené kapalným heliem přeskakuje ze stavu  $63p_{3/2}$  do stavu  $61d_{5/2}$ , čemuž odpovídá mikrovlnný foton frekvence 21,456 GHz. Příprava zmíněných experimentů proto probíhá ve špičkových laboratořích zaměřených na kvantovou optiku, především v Institutu Maxe Plancka v Garchingu.

### Princip ekvivalence

V předchozím jsme vybudovali schéma popisu stavů mikrosystémů. Jeho použití však vyžaduje znalost:

- a) spektra naměřitelných hodnot pro každou ÚMP
- b) úhlů mezi paprsky odpovídajícími vlastním stavům různých ÚMP.

Aby teorie byla vskutku fyzikální, je nutno uvedené schéma doplnit tak, aby samo poskytovalo zmíněné dvě informace. Ukažme si nyní, jak kvantová teorie tento problém řeší.

Uvažujme ÚMP  $\{A\}$  tvořenou dynamickými veličinami  $A^{(1)}, \dots, A^{(n)}$ .  $n$ -tici odpovídajících vlastních hodnot  $a_i^{(1)}, \dots, a_i^{(n)}$  budeme nadále označovat jako  $\{a\}_i$ . Každé pozorovatelné  $A^{(l)}, l = 1, \dots, n$  přiřadíme samosdružený operátor

$$\hat{A}^{(l)} \equiv \sum_j a_j^{(l)} |\{a\}_j\rangle \langle \{a\}_j|. \quad (12.85)$$

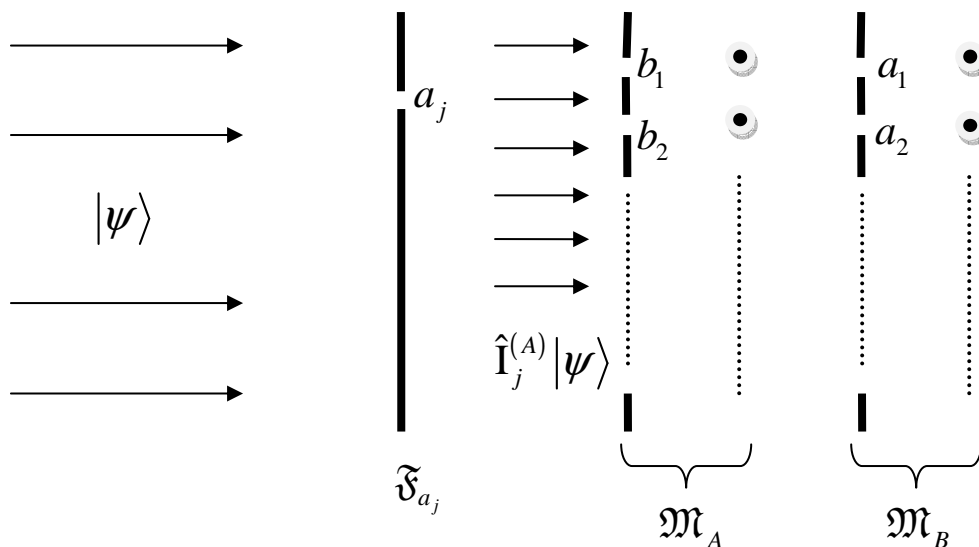
Připomeňme, že vektory  $|\{a\}_j\rangle$  tvoří ortonormální bázi  $H$  a  $a_j^{(l)}$  jsou reálná čísla. Z ortonormality vektorů  $|\{a\}_j\rangle$  plyne, že  $|\{a\}_i\rangle$  je společným vlastním vektorem všech  $n$  operátorů ( 12.85 ), příslušným k vlastním hodnotám  $a_j^{(l)}$ , tj.

$$\forall l = 1, \dots, n : A^{(l)} |\{a\}_i\rangle = a_i^{(l)} |\{a\}_i\rangle. \quad ( 12.86 )$$

Vzhledem k tomu, že zadáním vlastních hodnot ÚMP je jednoznačně definitoricky určen stav, existuje pro dané  $\{a\}_i$  jediné lineárně nezávislé řešení rovnic ( 12.86 ).

Operátory ( 12.85 ) tvoří úplný systém komutujících operátorů, odkud je ihned zřejmé, že operátory přiřazené dvojici kompatibilních dynamických proměnných navzájem komutují. Důležité je, že tvrzení lze také obrátit a platí, že operátory  $\hat{A}, \hat{B}$  přiřazené pozorovatelným  $A, B$  navzájem komutují tehdy a jen tehdy, pokud  $A, B$  jsou kompatibilní pozorovatelné. Pro důkaz posledního tvrzení uvažujme situaci znázorněnou na obrázku 12.13.

Obr. 12.13



System ve stavu  $|\psi\rangle$  dopadá na filtr  $\mathfrak{F}_{a_j}$  s otevřeným kanálem  $A = a_j$ . Filtry odpovídající jediné pozorovatelné budeme značit gotickými písmeny.  $\mathfrak{F}_{a_j}$  je tedy filtr, který připraví systém tak, aby při měření pozorovatelné  $A$  bude s jistotou nalezena hodnota  $a_j$ . Filtr  $\mathfrak{F}_{a_j}$  má tedy vzhledem k  $A$  ideální rozlišovací schopnost, avšak vzhledem k ostatním nezávislým pozorovatelným (pokud existují) náležitým též ÚMP má rozlišovací schopnost nekonečně špatnou. Podobně též měřicí přístroje, vztahující se k jediné pozorovatelné, budeme značit gotickým písmenem  $\mathfrak{M}$ . Jestliže systém projde filtrem  $\mathfrak{F}_{a_j}$ , bude ve stavu

$$\hat{\mathbf{I}}_j^{(A)}|\psi\rangle \neq 0, \quad (12.87)$$

v němž vstoupí do měřicího přístroje  $\mathfrak{M}_B$ . Jestliže  $\mathfrak{M}_B$  naměří hodnotu  $B = b_l$ , vyjde z něho systém ve stavu

$$\hat{\mathbf{I}}_l^{(B)}\hat{\mathbf{I}}_j^{(A)}|\psi\rangle \neq 0. \quad (12.88)$$

V tomto stavu nyní provedme měření pozorovatelné  $A$ . Z předchozího víme, že kvantová teorie předpovídá pravděpodobnost

$$w_{a_k} = \frac{\langle \psi | \hat{\mathbf{I}}_j^{(A)}\hat{\mathbf{I}}_l^{(B)}\hat{\mathbf{I}}_k^{(A)}\hat{\mathbf{I}}_l^{(B)}\hat{\mathbf{I}}_j^{(A)} | \psi \rangle}{\langle \psi | \hat{\mathbf{I}}_j^{(A)}\hat{\mathbf{I}}_l^{(B)}\hat{\mathbf{I}}_j^{(A)} | \psi \rangle} \quad (12.89)$$

nalezení hodnoty  $a_k$  při měření  $A$  ve stavu (12.88). Komutační relace

$$[\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}] = 0 \quad (12.90)$$

zaručuje, že pro všechna  $k, l$  platí

$$[\hat{\mathbf{I}}_k^{(A)}, \hat{\mathbf{I}}_l^{(B)}] = 0. \quad (12.91)$$

Využijeme-li ještě ortogonalitu

$$I_k^{(A)} I_j^{(A)} = \delta_{kj} I_j^{(A)}, \quad (12.92)$$

obdržíme z formule ( 12.89 )

$$w_{a_k} = \delta_{kj}, \quad (12.93)$$

což zaručuje, že výsledkem měření pozorovatelné  $A$  bude hodnota  $a_j$ . Jinými slovy, přítomnost přístroje  $\mathfrak{M}_B$  nenarušila měření  $A$ , takže  $B$  je vskutku kompatibilní s  $A$ .

Podmínka ( 12.90 ) je invariantní vůči vzájemné záměně pozorovatelných  $A$  a  $B$ . Kompatibilita je tedy vlastností vzájemnou. Upozorníme, že z kompatibility pozorovatelných  $A$ ,  $B$  ještě neplyne lineární závislost vektorů ( 12.87 ), ( 12.88 ). O vektoru ( 12.88 ) můžeme pouze říci, že patří do téhož charakteristického podprostoru operátoru  $\hat{A}$ , jako vektor ( 12.87 ). Není tedy pravdou, že jsou-li veličiny  $A$ ,  $B$  kompatibilní, potom měřením  $B$  ve vlastním stavu pozorovatelné  $A$  se tento stav nezmění. Analogické tvrzení o vlastní hodnotě ovšem pravdivé je.

Ke konstrukci operátorů dle předpisu ( 12.85 ) potřebujeme znát jak spektrum, tak i směry odpovídající vlastním stavům pro každou ÚMP. Pokud bychom však uměli zadat operátory odpovídající pozorovatelným nějakým předpisem nezávislým na ( 12.85 ), potom řešením matematického problému vlastních hodnot těchto operátorů (viz rovnice ( 12.86 )) bychom obdrželi jak spektrum, tak i charakteristické podprostory odpovídající jednotlivým prvkům spektra, čímž by se pochopitelně predikativní síla teorie nesmírně zvětšila. Pokusme se proto o takové přiřazení operátorů pozorovatelným.

Z předchozího víme, že

- a) operátor odpovídající libovolné pozorovatelné musí být samosdružený,
- b) rozhodující úlohu hrají komutační relace mezi operátory přiřazenými různým pozorovatelným.

Využijeme nyní faktu, že studium fyzikálních makrosystémů z hlediska kvantové teorie musí principiálně vést k prakticky ekvivalentním výsledkům, jako studium stejných makrosystémů prostřednictvím klasické fyziky. Podrobnější rozbor ukazuje, že klasický přístup nevede ke sporu s experimentem v procesech, v nichž všechny podstatné změny akce jsou mnohem menší, než redukovaná Planckova konstanta. Na klasickou teorii můžeme tedy nahlížet jako na limitní případ teorie kvantové pro  $\hbar \rightarrow 0$ . Podobně např. speciální relativita přechází v nerelativistickou fyziku v limitě  $c \rightarrow \infty$ . Míjíme tím, že kvantová teorie přechází v klasickou tehdy, jestliže se Planckova konstanta stává zanedbatelnou. Obdobně speciální relativita přechází v nerelativistickou fyziku pro systémy, pohybující se rychlostmi zanedbatelnými vzhledem k rychlosti světla. Očekáváme tedy, že základní vztahy mezi dynamickými veličinami mají v kvantové teorii analogickou strukturu, jako v teorii klasické. V klasické mechanice hrají důležitou úlohu Poissonovy závorky

$$[A; B] \equiv \sum_j \left( \frac{\delta A}{\delta q_j} \frac{\delta B}{\delta p_j} - \frac{\delta A}{\delta p_j} \frac{\delta B}{\delta q_j} \right), \quad (12.94)$$

kde  $A, B$  jsou dynamické veličiny vyjádřené jako funkce kanonických souřadnic a impulsů  $q_j, p_j$ . Snadno se lze přesvědčit, že platí

$$\begin{aligned} [A; B] &= -[B; A], \\ [\alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2; B] &= \alpha_1 [A_1; B] + \alpha_2 [A_2; B], \\ [A_1; [A_2; A_3]] + [A_2; [A_3; A_1]] + [A_3; [A_1; A_2]] &= 0, \\ [A_1 A_2; B] &= A_1 [A_2; B] + [A_1; B] A_2, \\ [A; \alpha] &= 0. \end{aligned} \quad (12.95)$$

Zcela analogické algebraické relace obdržíme, jestliže nahradíme funkce  $A_i, B$  operátory  $\hat{A}_i, \hat{B}$  a Poissonovy závorky komutátory. Tato skutečnost přivedla Diraca k velice důležitému objevu tzv.



**kontovacích podmínek:** Necht'  $A_j$ ,  $j = 1, 2, 3$  jsou dynamické proměnné, pro které platí

$$[A_1; A_2] = A_3, \quad (12.96)$$

potom jim přiřazené samosdružené operátory splňují komutační relaci

$$[\hat{A}_1; \hat{A}_2] = c\hat{A}_3, \quad (12.97)$$

kde  $c$  je univerzální konstanta. Speciálně, je-li některá z veličin  $A_i$  konstantou, potom jí odpovídající operátor je operátorem identity vynásobeným toutéž konstantou.

Samosdruženost operátorů  $\hat{A}_j$  a rozměrové důvody vyžadují, aby  $c$  byla ryze imaginární veličina rozměru akce, neboli

$$c = ikh, \quad (12.98)$$

kde  $k$  je konstanta úměrnosti, jíž jsme ve 3. kapitole jsme stanovili jako

$$k = \frac{1}{2\pi}, \quad (12.99)$$

odkud

$$c = i\hbar. \quad (12.100)$$

Poznamenejme, že právě z tohoto důvodu se dnes za výchozí

konstantu považuje  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  a nikoliv  $h$ .

### Důsledky Heisenbergova principu neurčitosti

Částice, která existuje po dobu kratší než je její comptonovský čas a poté zaniká na dobu delší než je Planckův čas, nebo se materializuje posunuta o více než jednu cytoprostorovou buňku, se nazývá **virtuální**

**částicí.** Kvantiony, které nejsou od sebe na jedné a téže chreodě vzdáleny o celočíselný násobek Plankovy délky se k sobě principiálně nikdy nemohou přiblížit tak, aby mohly vzájemně přímo interagovat a proto říkáme, že se nalézají na různých hypergrupách.

Jak víme z předchozího, je čas v cytoprostoru kvantován, přičemž kvantem časového toku je antion ( $\sim 10^{-60}$  s). Nejmenším kvantem času rozpoznatelným v prostoročase je Planckův čas ( $\sim 10^{-43}$  s). Částici času nazýváme **Blandrion**

Důsledkem kvantování času a prostoru je Heisenbergův princip neurčitosti, díky kterému se mohou kvanta energie v prostoročase spontánně tvořit a opět zanikat. Vzhledem ke kvantování času zřejmě dochází ke vzniku energie kvantionů jen na základě Heisenbergovy

$$\text{relace neurčitosti } \Delta t \cdot \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}.$$

Na úrovni polí se pak tento proces jeví jako generování kvant energie v důsledku lokálních rotací kvant prostoru a času.

Ve snaze určit energii kvantového systému s maximální přesností tak získáme pouze údaj o rotačním momentu kvant prostoročasu a naopak maximálně nepřesný údaj o veličině  $\Delta t$ .

Při  $\Delta E \rightarrow \hbar$  však dochází k náhlé skokové změně Heisenbergova vztahu, neboť zde jakékoliv fluktuace a sekundární cytorezonance, jež způsobují kvantovou neurčitost, velmi rychle konvergují k nule a ztrácejí tedy vliv na další průběh stále se zpřesňujících měření, probíhajících již na úrovni jednotlivých kvantionů či subplanckovské úrovni.

Vzhledem k tomu, že kvantový princip neurčitosti je důsledkem zejména sekundární cytorezonance, dovoluje tento model popsat částici v termínech běžného čtyřrozměrného prostoročasu coby vlnku v oceánu kvantového potenciálu tvořeného interferencí všech vln sekundární cytorezonance z celého vesmíru.

S tím souvisí pojmy jako indukované chreody, kvantový Chladnyho efekt a kvantová gravitace, o nichž zde budeme postupně podrobněji hovořit.

Časově proměnné kvantové fluktuace prostoročasu, v němž se pohybuje kvantový systém spolu se sekundárními cytorezonancemi vyvolanými rozpadem kvantionů uvnitř tohoto systému i v jeho okolí,

se navenek projevují jako vlnové vlastnosti částice, v dobré shodě s předpovědí Schrödingerovy rovnice o časoprostorové distribuci amplitudy pravděpodobnosti. Amplitudu pravděpodobnosti Schrödingerovy vlny lze v tomto smyslu interpretovat jako jistou formu silového pole tlačícího kvantiony do zcela určitých oblastí cytoprostoru.

Vzhledem k tomu, že Schrödingerova rovnice v důsledku principu neurčitosti popisuje pravděpodobnostní povahu kvantového světa, nabízí se otázka, jak vlastně souvisí pravděpodobnostní povaha kvantové teorie, daná Bornovou interpretací vlnové funkce, s na první pohled mechanistickým modelem cytoprostoru, podle kterého by přesná znalost okamžité polohy, hybnosti a stáří všech kvantionů na naší a několika nejbližších hypergrupách měla stačit k oživení Laplaceova démona, tzn. možnosti předvídání veškerých událostí minulých i budoucích se značnou přesností (míra toho, do jak vzdálené budoucnosti resp. minulosti bychom mohli nahlížet přirozeně závisí na množství analyzovaných hypergrup, popř. na našich možnostech čerpat informace přímo z Blandria).

V praxi je pochopitelně úloha prekognice značně komplikována predestinačním paradoxem. Predestinační paradox přitom nutně závisí na existenci svobodné vůle ve smyslu vědomé vůle. Kvantová nahodilost nás tak přivádí na stopu samé podstaty vědomí.

Skutečnost, že teorie cytoprostoru nepřipouští žádné vznikání energie z „ničeho“, jakož i skutečnost, že experimentálně dobře potvrzená Bohrova interpretace vlnové funkce a s ní související pravděpodobnostní povaha kvantové mechaniky jsou založeny na Heisenbergově principu neurčitosti, ukazují na nutnost zásadní syntézy obou dvou přístupů.

### **Elitzurův – Vaidmanův jev, nulová měření**

Podle kvantové teorie je vlnová funkce fotonu rozprostřena po rozsáhlé oblasti prostoru. Pokud té vlně (popisované pouze matematicky) postavíme do cesty např. fotografickou desku, k vyloučení energie z té vlny dojde jen v jednom jediném bodě vlny, kde nastane zčernání jediného zrna fotografické emulze. Tento proces je navíc pouze náhodný a pravděpodobněji k němu dochází v těch místech, kde má vlna větší amplitudu. Vlnová funkce tak

nepředstavuje žádnou reálnou energii spojitě rozprostřenou v celém jejím objemu, jako je tomu třeba u vln na mořské hladině. Její amplituda (přesněji řečeno kvadrát její absolutní hodnoty) reprezentuje pouze pravděpodobnost detekce kvanta této energie v některém jejím bodě.

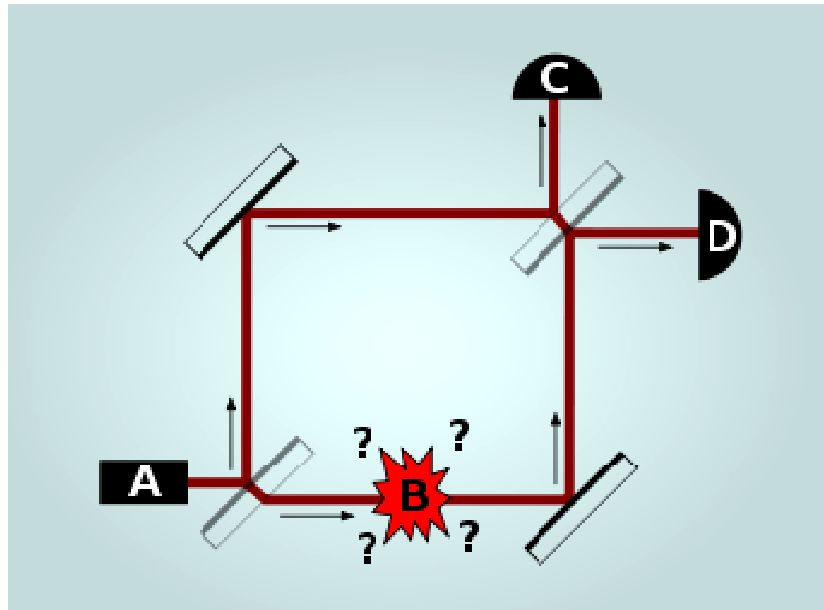


**Avshalom Cyrus Elitzur (1957)**



**Lev Vaidman (1955)**

Tato skutečnost dostává měřitelný význam v okamžiku, kdy využijeme k detekci nikoliv fyzikální část částice (tzn. reálnou energii), ale naopak tu ryze matematickou část (imaginární) a provedeme tzv. nulová měření. Představme si nyní modelovou situaci, kdy teroristé mají 100 bomb, z nichž zhruba polovina má roznětku se skrytou vadou. Pro plánovaný teroristický útok potřebují 14 stoprocentně funkčních bomb. Jak je ale detekovat aniž by je při tom zároveň odpálili? Z hlediska klasické mechaniky je úkol neřešitelný. Z hlediska kvantové mechaniky však ano. Podivuhodným rysem kvantové mechaniky je totiž skutečnost, že nám dovoluje testovat co by se mohlo stát, aniž by se to opravdu stalo. Kvantová mechanika tedy testuje to, o čem filozofové hovoří jako o potencialitě. Roznětka se opatří detektorem schopným ji spustit i v případě, že na něj dopadl jediný foton určité vlnové délky. Před dopadem na detektor se fotonu postaví do cesty polopropustné zrcadlo skloněné pod úhlem  $45^\circ$ .



Obr. 12.14: Schematické znázornění Eilitzur – Vaidmanova jevu

Zdálo by se, že nastalá situace odpovídá skutečnosti, kdy se od zrcadla odrazí právě polovina fotonů a druhá polovina jím projde. Z hlediska kvantové mechaniky je však takovýto přístup zcela nesprávný. Ve skutečnosti se každý foton nalézá v superpozici obou dvou stavů, odpovídajících jak průchodu, tak i odrazu. Polopropustné zrcadlo tedy pouze oddělí tu část vlnové funkce, která nese reálné kvantum energie, od té části vlnové funkce, která je čistě matematická. Dělení je zcela náhodné, takže zhruba v polovině případů dopadne na detektor reálný foton a bomba vybuchne. Ve druhé polovině případů však dopadne na detektor holá vlnová funkce, tj. čistě matematický objekt, který nese žádnou energii a tudíž nemůže roznětku spustit. Poté obě dvě struktury (reálný foton a holou vlnovou funkci) opět propojíme a necháme interferovat. Provedeme to následovně: zrcátko detektoru bomby je vůči směru pohybu dopadající vlny skloněno pod úhlem  $45^\circ$  a část fotonového svazku, která se od polopropustného zrcadla odrazila, dopadá na plně reflexní plochu skloněnou rovněž pod úhlem  $45^\circ$ . Oba svazky se poté znovu setkají na druhém polopropustném zrcadle, v místech A a B jsou detektory fotonů. Předpokládejme, že středy obou polopropustných zrcadel leží ve vrcholech čtverce, jehož strany určují dráhy fotonů a odraz se děje vždy na povrchu zrcadla. Předpokládejme dále, že testovaná bomba je zmetek. Vlna, která procházela po horní dráze a skončila v detektoru B, neprošla ani jedním z polopropustných zrcátek, zatímco vlna běžící po spodní

dráze prošla oběma. Optická dráha druhé vlny je tedy delší a tloušťku zrcátka lze volit tak, aby se po setkání obě dvě vlny interferencí vyrušily. Naproti tomu, obě vlny, které skončí v A, prošly jen jednou tloušťkou zrcátka, dopadají tedy do A ve stejné fázi a interferencí se zesilují. V případě, kdy je bomba zmetek, se tak může vyskytnout signál pouze v detektoru A ale nikdy v detektoru B.

V případě, že je testovaná bomba funkční, není zrcátko na jejím senzoru úplně pevné a změnil se tedy v měřicí přístroj. Bomba pak měří, ve kterém stavu se foton nalézá po kontaktu s prvním polopropustným zrcadlem – je to buď stav „foton dorazil k bombě“, nebo stav „foton nedorazil k bombě“. Pakliže foton prošel skrz polopropustné zrcadlo, pak dorazil k bombě, my jsme měli smůlu a o bombu jsme přišli. Obstaráme si tedy novou a zkusíme to znovu. Existuje 50% pravděpodobnost, že se foton od prvního polopropustného zrcadla odrazil, k bombě tedy nedospěl a tato neexplodovala. Tím jsme však provedli nulové měření, neboť po ověření funkčnosti použité bomby (což je možno provést např. jejím odpálením někdy v budoucnu) můžeme získat informaci o tom, že foton s měřicím zařízením (bombou) vůbec neinteragoval, což znamená, že musel jít po horní dráze. Tím pádem ale nemá s čím interferovat a po kontaktu s druhým polopropustným zrcadlem může s pravděpodobností 50% dopadnout na detektor B a se stejnou pravděpodobností na detektor A. Ve druhém případě se o bombě nic nedozvíme, neboť detektor A registruje fotony i v případě, že je bomba zmetek. Pokud však registroval foton detektor B, pak s jistotou víme, že jsme našli funkční bombu.

Klíčovým bodem této úvahy je fakt, že funkční bomba funguje jako měřicí přístroj, což zabrání destruktivní interferenci v B přesto, že foton s bombou vůbec neinteragoval – říkáme, že proběhlo tzv. **nulové měření**.

Z původního počtu 100% bomb jsme tedy určili 50% potenciálně funkčních, z nichž jsme ale polovinu odpálili a z té zbylé poloviny (25% původního počtu bomb) jsme polovinu z určitostí identifikovali jako funkční (12,5% původního počtu bomb) a u té druhé poloviny si stále ještě nejsme jistí. Situace v této skupině je nyní tedy obdobná, jako na počátku a celý experiment tak můžeme na této skupině zopakovat. Získáme tím dalších 12,5% ze vstupního počtu testovaných bomb, což představuje 1,5625% z původního počtu a

stejný podíl bomb u kterých si opět nejsme jisti. Ve třetím iteračním kroku z těchto podezřelých bomb vybereme dalších 12,5% funkčních, což vzhledem k původnímu počtu představuje již pouhých 0,1953%. Ve čtvrtém iteračním kroku k nim přibude dalších 0,0244% atd. Po sečtení této řady dospíváme k závěru, že z původního počtu podezřelých bomb jsme schopni tímto postupem záskat cca. 14,1% funkčních kusů, což je 28,2% z původního počtu funkčních kusů. Jde o jev vsutku pozoruhodný, který je v ostrém rozporu s klasickou mechanikou a navíc je na současné technologické úrovni experimentálně testovatelný. Experimentální ověření výše popsaného Elitzurova – Vaidmanova jevu prakticky uskutečnili Zeilinger, Kwiat, Weinfurter a Kasevich v roce 1994.



**Anton Zeilinger (1945)**



**Paul Kwiat (1968)**



**Harald Weinfurter (1960)**



**Mark A. Kasevich (1967)**

Vidíme, že jestliže holá vlnová funkce dopadla na funkční detektor bomby, bude interferogram jiný nežli v případě, že dopadla na

detektor vadný. Pouhá matematická struktura – funkce komplexní proměnné – tak vydala svědectví o reálném zařízení, k jehož diagnostice byla použita.

Budoucí význam těchto vlastností přírody lze očekávat zejména při konstrukci kvantových procesorů, jakým je velmi pravděpodobně i sám lidský mozek. V těchto počítačích se bude prolínat reálná a imaginární část světa způsobem, který možná v důsledku poprvé povede k umělému vytvoření entity známé jako **vědomí**.

Každý foton, ač se jedná o bodovou částici (v mlžné komoře zanechává lineární stopu, na fotografické desce způsobí zčernání vždy jen jediného zrna), a tedy může projít vždy jen jednou cestou (např. štěrbinou), reaguje svým chováním velmi citlivě na fakt, jsou-li otevřeny i další (teoreticky dokonce libovolně vzdálené) možné cesty, či nikoliv. Podle toho si pak volí místo, kam může a kam nemůže dopadnout. Pozoruhodné je, že experiment dopadne úplně stejně i v případech, kdy provedeme nulová měření, kdy jsou otevřeny např. dvě štěrbinové ale za jednou z nich je umístěn detektor, který by ohlásil, že danou štěrbinou prošla částice.

Procházející částice pak okamžitě reagují na skutečnost, je-li detektor zrovna zapnutý, či nikoliv a podle toho si volí, zda dopadnou na fotografické desce do míst, kam by dopadla částice (dva pruhy), či naopak do míst, kam by dopadla vlna (série ostrých interferenčních maxim a minim). Pozoruhodné opět je, že na zapnutý či vypnutý stav detektoru reagují částice okamžitě (tedy nekonečnou rychlostí) a to i ty částice, které se náhodně rozhodly projít tou ze štěrbin, za níž se žádný detektor nenachází, takže s ním nemohly vejít v přímou interakci a "osahat si" zda je vypnutý, či zapnutý (jedná se o jakousi kvantovou obdobu mimosmyslového vnímání).

## **EPR – paradox**

Mějme dva fermiony se spinem 1/2 v singletním stavu

$$|\chi\rangle_s = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2) \quad (12.101)$$



(tzv. **entanglovaný pár**, či krátce **entanglement**) které se od sebe vzdalují. Necht' obě částice letí podél osy  $y$  a pozorovatel  $A$  (Alice) měří částici 1 letící ve směru  $+y$ , pozorovatel  $B$  (Bob) měří stav částice 2 letící ve směru  $-y$ .

V době, kdy jsou od sebe obě částice natolik vzdáleny, že můžeme jejich vzájemnou interakci zanedbat a rovněž světlu trvá velmi dlouho překonání této vzdálenosti, měří Alice spinový průmět  $s_\alpha^{(1)}$  v rovině  $xz$  ve směru  $\alpha$  (vzhledem k ose  $z$ ) a v zápětí měří Bob průmět spinu  $s_\beta^{(2)}$  ve směru  $\beta$  pro druhou částici. Pro jednoduchost budeme měření provádět v jednotkách  $\hbar/2$ .



**Boris Podolsky (1896 - 1966)**



**Nathan Rosen (1909 - 1995)**

Studujme nejprve případ, kdy  $\alpha = \beta = 0$  :

Vzhledem k izotropii prostoru dá měření průmětu spinu do libovolného směru týž výsledek, tj.  $\pm 1$ . Naměří-li Alice hodnotu  $s_z^{(1)} = +1$ , je po tomto měření systém ve stavu

$$|\mathcal{X}\rangle = |\uparrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2. \quad (12.102)$$

Bob na tomto stavu tudíž naměří  $s_z^{(2)} = -1$ . Naopak, naměří-li Alice průmět  $s_z^{(1)} = -1$ , pak po měření zkolabuje systém do stavu

$$|\mathcal{X}\rangle = |\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2 \quad (12.103)$$

a Bob naměří  $s_z^{(2)} = +1$ .

V obou případech platí

$$s_z^{(1)} s_z^{(2)} = -1. \quad (12.104)$$

Jelikož ve stavu ( 12.101 ) jsou oba výsledky měření Alice stejně pravděpodobné, je

$$\langle \hat{s}_z^{(1)} \rangle = \langle \hat{s}_z^{(2)} \rangle = 0, \quad (12.105)$$

kdežto

$$\langle \hat{s}_z^{(1)} \hat{s}_z^{(2)} \rangle = -1. \quad (12.106)$$

Nechť nyní  $\alpha = \pi/2$ ,  $\beta = 0$ :

Vzhledem k tomu, že osa kvantování spinu je libovolná, můžeme singletní stav ( 12.101 ) přepsat rovněž do tvaru

$$|\mathcal{X}\rangle_s = \frac{1}{\sqrt{2}} (|x, \uparrow\rangle_1 |x, \downarrow\rangle_2 - |x, \downarrow\rangle_1 |x, \uparrow\rangle_2), \quad (12.107)$$

kde  $|x, \uparrow\rangle$  resp.  $|x, \downarrow\rangle$  je vlastní vektor průmětu spinu  $\hat{s}_x$  s vlastním číslem  $+1$ , resp.  $-1$ , přičemž v bázi vlastních vektorů operátoru  $\hat{s}_z$  jsou tyto vektory dány jako

$$\begin{aligned} |x, \uparrow\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle), \\ |x, \downarrow\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle). \end{aligned} \quad (12.108)$$

Naměří-li nyní Alice průmět  $s_x^{(1)} = +1$ , je po tomto měření systém ve stavu

$$|\mathcal{X}'\rangle = |x, \uparrow\rangle_1 |x, \downarrow\rangle_2 \quad (12.109)$$

a vzhledem k ( 12.108 ) dá tedy měření  $s_z^{(2)}$  se stejnou pravděpodobností hodnotou  $+1$  jako  $-1$ . Naměří-li Alice hodnotu  $s_x^{(1)} = -1$ , přejde po měření systém do stavu

$$|\mathcal{X}'\rangle = |x, \downarrow\rangle_1 |x, \uparrow\rangle_2 \quad (12.110)$$

a vzhledem k ( 12.108 ) obdrží Bob opět se stejnou pravděpodobností hodnoty  $s_z^{(1)} = \pm 1$ . Výsledkem mnoha měření tak budou střední hodnoty

$$\langle \hat{s}_x^{(1)} \rangle = \langle \hat{s}_z^{(2)} \rangle = 0, \quad (12.111)$$

ale tentokrát rovněž

$$\langle \hat{s}_x^{(1)} \hat{s}_z^{(2)} \rangle = 0. \quad (12.112)$$

Zobecníme nyní předchozí výsledky pro obecný směr  $\alpha$ . Bez újmy na obecnosti můžeme i nyní položit  $\beta = 0$ , neboť výsledný efekt závisí pouze na rozdílu  $\alpha - \beta$ .

Sestrojíme nejprve operátor průmětu spinu do směru

$$\mathbf{n} = (\sin \vartheta \cos \varphi, \sin \vartheta \sin \varphi, \cos \vartheta) \quad (12.113)$$

daného sférickými úhly  $\vartheta$  a  $\varphi$ . Podle definice je

$$\hat{s}_{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{n} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & e^{-i\varphi} \sin \vartheta \\ e^{i\varphi} \sin \vartheta & -\cos \vartheta \end{pmatrix}. \quad (12.114)$$

Nechť je elektron popsán obecnou spinovou funkcí

$$\chi = \begin{pmatrix} e^{ia} \cos c \\ e^{ib} \sin c \end{pmatrix}, \quad (12.115)$$

pak z požadavku

$$\hat{s}_n \begin{pmatrix} e^{ia} \cos c \\ e^{ib} \sin c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{ia} \cos c \\ e^{ib} \sin c \end{pmatrix} \quad (12.116)$$

po jednoduchých úpravách nalezneme

$$\begin{aligned} \varphi &= b - a, \\ \vartheta &= 2c. \end{aligned} \quad (12.117)$$

Singletní stav nyní můžeme přepsat pomocí vlastních vektorů průmětu  $\hat{s}_\alpha$  coby

$$|\alpha, \uparrow\rangle = \left[ \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) |\uparrow\rangle + \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) |\downarrow\rangle \right]. \quad (12.118)$$

Vektor  $|\alpha, \downarrow\rangle$  je ortogonální k (12.118), takže

$$|\alpha, \downarrow\rangle = \left[ \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) |\uparrow\rangle - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) |\downarrow\rangle \right]. \quad (12.119)$$

Analogicky k (12.101) a (12.107) tedy dostáváme

$$|\chi\rangle_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |\alpha, \uparrow\rangle_1 |\alpha, \downarrow\rangle_2 - |\alpha, \downarrow\rangle_1 |\alpha, \uparrow\rangle_2 \right). \quad (12.120)$$

Po měření  $s_\alpha^{(1)}$  Alicí s výsledkem +1 přejde systém do stavu

$$|\chi'\rangle = |\alpha, \uparrow\rangle_1 \left[ \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) |\uparrow\rangle_2 - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) |\downarrow\rangle_2 \right], \quad (12.121)$$

odkud je vidět, že měřením  $s_z^{(2)}$  Bobem získáme hodnoty +1 resp. -1 s pravděpodobnostmi  $P_{\uparrow} = \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ , resp.  $P_{\downarrow} = \cos^2 \frac{\alpha}{2}$ . V případě, že Alice naměří naopak -1, plynou z (12.118), pravděpodobnosti výsledků měření Boba  $P_{\uparrow} = \cos^2 \frac{\alpha}{2}$ , resp.  $P_{\downarrow} = \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ .

Tak jako dříve bude tedy výsledkem mnoha měření

$$\langle \hat{s}_{\alpha}^{(1)} \rangle = \langle \hat{s}_{\alpha}^{(2)} \rangle = 0, \quad (12.122)$$

ale

$$\begin{aligned} \langle \hat{s}_{\alpha}^{(1)} \hat{s}_z^{(2)} \rangle &= \frac{1}{2} \left( 1 \cdot 1 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} + 1 \cdot (-1) \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} \right) + \\ &+ \left( (-1) \cdot 1 \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} + (-1) \cdot (-1) \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right) = \\ &= \sin^2 \frac{\alpha}{2} - \cos^2 \frac{\alpha}{2} = -\cos \alpha. \end{aligned} \quad (12.123)$$

Prvý člen obsahuje příspěvky od  $s_{\alpha}^{(1)} = +1$ , druhý od  $s_{\alpha}^{(1)} = -1$ , každý s váhou 1/2. Pro obecnou volbu  $\alpha$  a  $\beta$  můžeme tento výsledek ještě zobecnit na

$$\langle \hat{s}_{\alpha}^{(1)} \hat{s}_z^{(2)} \rangle = -\cos(\alpha - \beta). \quad (12.124)$$

Nalezené výsledky jsou překvapující, neboť ukazují, že výsledek měření pozorovatele  $B$  závisí na měření pozorovatele  $A$ , přestože v okamžiku měření mohou být obě částice libovolně daleko.

Analogické myšlenkové experimenty vedly v roce 1935 trojici badatelů Einsteina, Podolského a Rosena k formulaci tzv. **EPR**

**paradoxu**, podle něhož je kvantová mechanika závislá na skutečnosti, kterou Einstein nazval **strašidelným působením na dálku**.

### **Teorie skrytých proměnných**

Šokující výsledky kvantové mechaniky, popsané podrobně v předešlém odstavci vedly řadu fyziků k přesvědčení, že kvantová teorie není úplnou teorií a že její pravděpodobnostní charakter je důsledkem existence skrytých proměnných, které pouze nejsme schopni identifikovat. Podle této myšlenky zdánlivě oddělené objekty ve skutečnosti mohou reagovat na určitý proces probíhající v pozadí. Velmi zjednodušenou analogií je stín tanečníka vrhaný reflektory na dvě plátna na opačných stranách jeviště. Oba stíny se mění současně podle pohybů tanečníka po jevišti. Pokud bychom byli schopni pozorovat pouze ony stíny, zdálo by se, že spolu interagují jakýmsi mysteriózním způsobem, zahrnujícím strašidelné působení na dálku. Ve skutečnosti však reagují na základnější proces probíhající v pozadí. Podle teorie skrytých proměnných je statistický charakter důsledkem toho, že měřené veličiny závisí na skrytém parametru  $\lambda$ , jehož přesnou hodnotu neznáme a v důsledku toho při určování veličiny  $A$  měříme střední hodnotu

$$\langle A \rangle_{sp} = \int A(\lambda)P(\lambda)d\lambda, \quad (12.125)$$

kde  $P(\lambda) \geq 0$  je hustota pravděpodobnosti, se kterou jsou skryté parametry rozloženy

$$\int P(\lambda)d\lambda = 1. \quad (12.126)$$

Aby nezpochybnitelné výsledky kvantové mechaniky zůstaly zachovány, je potřeba předpokládat, že každá veličina  $A$  nabývá pouze hodnot splývajících s vlastními hodnotami operátoru  $\mathbf{A}$ .

## Bellova nerovnost a Aspectův experiment

Studujme opět singletní systém dvou fermionů popsany v odstavci EPR paradox, přičemž ve shodě s principem lokálnosti předpokládejme, že měření  $s_n$  provedená Alicí a měření  $s_m$  uskutečněná Bobem jsou nezávislá. Definujme veličinu

$$X = \langle s_\alpha s_\beta \rangle_{sp} + \langle s_\alpha s_{\beta'} \rangle_{sp} + \langle s_{\alpha'} s_{\beta'} \rangle_{sp} - \langle s_{\alpha'} s_\beta \rangle_{sp}, \quad (12.127)$$

kde  $s_\alpha$  resp.  $s_{\alpha'}$  jsou dva možné průměty naměřené Alicí a  $s_\beta$  resp.  $s_{\beta'}$  dva možné průměty naměřené Bobem. Dle definice (12.127) platí

$$\begin{aligned} X(\alpha, \alpha', \beta, \beta') &= \\ &= \int P(\lambda) [s_\alpha(\lambda)s_\beta(\lambda) + s_\alpha(\lambda)s_{\beta'}(\lambda) + s_{\alpha'}(\lambda)s_{\beta'}(\lambda) - s_{\alpha'}(\lambda)s_\beta(\lambda)] d\lambda = \\ &= \int P(\lambda) [s_\alpha(\lambda)\{s_\beta(\lambda) + s_{\beta'}(\lambda)\} + s_{\alpha'}(\lambda)\{s_{\beta'}(\lambda) - s_\beta(\lambda)\}] d\lambda. \end{aligned} \quad (12.128)$$

Jelikož všechny průměty spinu nabývají pouze hodnoty  $\pm 1$ , je vždy jedna ze složených závorek v (12.128) rovna  $\pm 2$  a druhá nule. Pro každé  $\lambda$  je tak integrand v hranaté závorce v (12.128) roven buď  $\pm 2s_\alpha$  nebo  $\pm 2s_{\alpha'}$ .

Jelikož  $|s_\alpha(\lambda)| = |s_{\alpha'}(\lambda)| = 1$  platí

$$|X| \leq 2 \int P(\lambda) |s_\alpha(\lambda)| d\lambda = 2 \int P(\lambda) |s_{\alpha'}(\lambda)| d\lambda = 2, \quad (12.129)$$

kde jsme použili normování pravděpodobnosti (12.126). Získanou nerovnost odvodil John Bell v roce 1964.

Bellova nerovnost poprvé umožnila kvantitativní srovnání předpovědí teorie skrytých proměnných s předpověďmi kvantové mechaniky.

Kvantověmechanický výsledek obdržíme s použitím (12.123)

$$X(\alpha, \alpha', \beta, \beta') = -\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha - \beta') - \cos(\alpha' - \beta') + \cos(\alpha' - \beta). \quad (12.130)$$

Označíme-li

$$\begin{aligned}\vartheta_1 &= \alpha - \beta, \\ \vartheta_2 &= \beta' - \alpha, \\ \vartheta_3 &= \alpha' - \beta',\end{aligned}\tag{ 12.131 }$$

pak

$$\vartheta \equiv \vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3 = \alpha' - \beta,\tag{ 12.132 }$$

a ( 12.130 ) je funkcí tří proměnných, jejíž extrém plyne z podmínek

$$\sin \vartheta_1 = \sin \vartheta_2 = \sin \vartheta_3 = \sin \vartheta,\tag{ 12.133 }$$

$X$  můžeme dále vyjádřit jako funkci jediné proměnné  $\vartheta$

$$X(\vartheta) = \cos(3\vartheta) - 3\cos(\vartheta).\tag{ 12.134 }$$

Funkce ( 12.134 ) je znázorněna na obrázku 12.15 a jak je patrné, existují hned 4 intervaly hodnot  $\vartheta$ , ve kterých je Bellova nerovnost narušena.



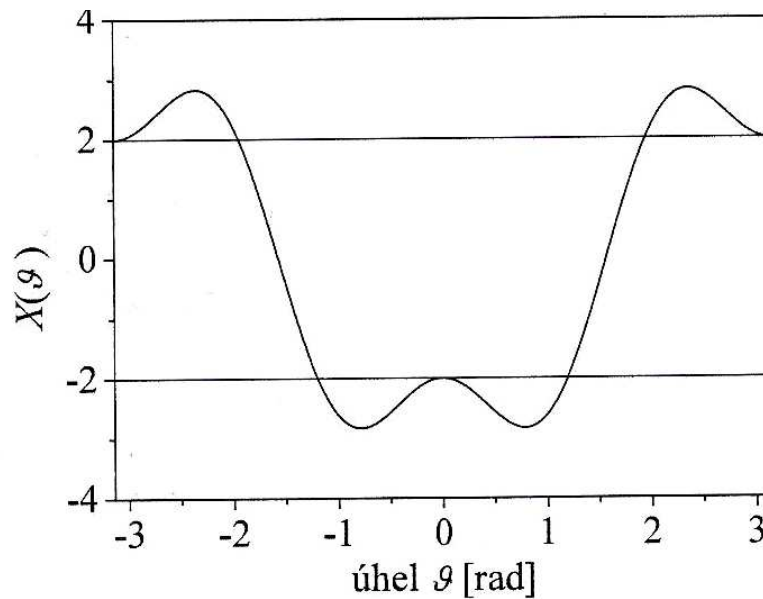
**John Stewart Bell (1928 – 1990)**



**Alain Aspect (1947)**

Experimentální rozhodnutí, který z obou výše obdržených výsledků odpovídá realitě není jednoduché vzhledem k značným obtížím při přípravě kvantového systému do stavu ( 12.101 ).





**Obr. 12.15:** Kvantová mechanika předpovídá průběh funkce  $X(\vartheta)$ , který nevyhovuje Bellově nerovnosti reprezentované konstantami  $X = \pm 2$ .

Na počátku 80. let minulého století však provedl tým francouzských fyziků pod vedením Alaina Aspecta sérii přesných měření polarizačních stavů fotonů, ve kterých se statisticky významnou pravděpodobností potvrdili narušení Bellových nerovností a tedy nelokální charakter kvantové mechaniky (Einsteinovo strašidelné působení na dálku).

### Kvantová teorie s pilotní vlnou

Podstatou této teorie je představa, že kvantové objekty mohou existovat jako skutečné částice s ostrou hodnotou hybnosti a polohy, avšak jejich vlastnosti nemůžeme změřit s neomezenou přesností. Podle tohoto obrazu je chování částice v kvantovém světě určeno nějakým dodatečným polem, které se mění způsobem, jež nelze přímo pozorovat. Skryté změny tohoto pole pak určují chování částic na kvantové úrovni.

Tuto teorii předložil již v roce 1925 Louis de Broglie. Teorie byla založena na představě, že ačkoli je např. elektron v podstatě klasickou částicí, jeho chování určuje tzv. **pilotní vlna** která se řídí pravidly kvantové pravděpodobnosti a na elektron silově působí. Tato myšlenka se zdánlivě ocitla v kritických potížích, když v roce 1932 von Neumann uveřejnil svoji převratnou knihu o kvantové teorii. Jeho

knihy obsahovala mimo jiné i údajný důkaz, že žádná teorie se skrytými proměnnými nemůže náležitě popsat chování objektů v kvantovém světě. Protože byl von Neumann jedním z nejšpičkovějších matematiků své doby, nikoho nenapadlo hlouběji zkoumat jeho důkazy a jeho chyby si tak zpočátku vůbec nikdo nevšiml.

Na vcelku školáckou chybu ve von Neumannově důkazu upozornila jako první matematicka Grete Hermannová v roce 1935, podrobnější matematický rozbor celého von Neumannova omylu pak zveřejnil John Bell v roce 1966.



**Grete (Henry) Hermann (1901 – 1984)**

Začátkem 50. let minulého století se americký fyzik David Bohm spolu s dalšími badateli pustili do rozvoje takové interpretace kvantové mechaniky, která se nese v duchu teorií skrytých proměnných a funguje přitom stejně dobře, jako klasická kodaňská interpretace. Nicméně pohled na kvantovou skutečnost, jež skýtá, je zcela odlišný. Bohm tento svůj pohled na podstatu skutečnosti shrnul v knize *The Ghost in the Atom*.

Podle Bohmovy interpretace mají částice vždy ostrou hodnotu polohy i hybnosti, avšak jakýkoliv pokus o jejich změření rozmaže tyto informace změnou pilotní vlny související s částicemi.

„Šťouchnutí do pilotní vlny na jednom místě (např. změřením polohy elektronu) okamžitě změní tvar pilotní vlny všude jinde, což ovlivní všechny částice ve sféře jejího působení. Protože způsob, jakým pilotní vlna ovlivňuje částice, zpětně určuje její tvar, nezáleží na tom, jak silná vlna na tom či onom místě je. Dokud do příslušného místa vlna zasahuje, změna jejího tvaru ovlivňuje všechny tamější částice.

Klíčové přitom je, že pilotní vlna na poruchu v jednom konkrétním místě reaguje okamžitě v celém svém objemu. Sama pilotní vlna má tedy nelokální charakter.

Bell v roce 1966 dokázal, že teorie skrytých proměnných mohou fungovat právě za předpokladu nelokálnosti. Zároveň ale ukázal, že nelokálnost musí zahrnovat dokonce každá myslitelná interpretace kvantové reality. V tomto roce totiž Bell publikoval své slavné nerovnosti, jejichž porušení by znamenalo, že je jednou pro vždy potřeba zavrhnout pojem **lokální skutečnosti**. Slovo „lokální“ v této souvislosti znamená, že neexistuje žádná komunikace rychlejší než světlo ve vakuu a slovem „skutečnost“ je míněna existence světa nezávisle na našich pozorováních.

Když bylo později experimentálně potvrzeno, že příroda vskutku Bellovy nerovnosti porušuje, bylo ihned zřejmé, že se musíme minimálně jednoho z těchto dvou pojmů vzdát.

Máme-li být úplně přesní, pak Bellova nerovnost ve skutečnosti vlastně vůbec nezávisí na kvantové mechanice. Porušení Bellových nerovností vyžaduje zavržení lokální skutečnosti dokonce i v případě, že by se časem kvantová mechanika ukázala jako nesprávná či neúplná teorie.

Vlnová funkce, ačkoliv zřejmě stojí v samých základech fyzikální reality, sama se poněkud vymyká čemukoli, co jsme zvyklí nazývat fyzikálním systémem. Jednak není přímo pozorovatelná – lze ji detekovat pouze pomocí částic. Na tom by nebylo nic až tak zvláštního – např. fyzikální pole lze detekovat rovněž jen s pomocí testovacích částic. Mnohem závažnější vlastností vlnové funkce je skutečnost, že se může měnit jakoby v celém prostoru najednou. Změny se v ní šíří takovou závratnou rychlostí, že v rámci přesnosti našeho měření času dané Planckovou škálou, nastávají v celém prostoru jakoby naráz. Prakticky byla tato vlastnost testována v experimentu Alaina Aspecta, během narušení Bellových nerovností. Protože se ale tímto způsobem nemohou přenášet v prostoročase žádné informace nadsvětelnou rychlostí, není tím narušena teorie relativity.

Bohm myšlenku, že vše je propojeno se vším, jakož i okamžitě ovlivňováno veškerými událostmi ve vesmíru prostřednictvím pilotní vlny, dále rozvinul. Vystoupil s názorem, že zdánlivě nezávislé objekty ve skutečnosti reagují na určitý proces, který probíhá

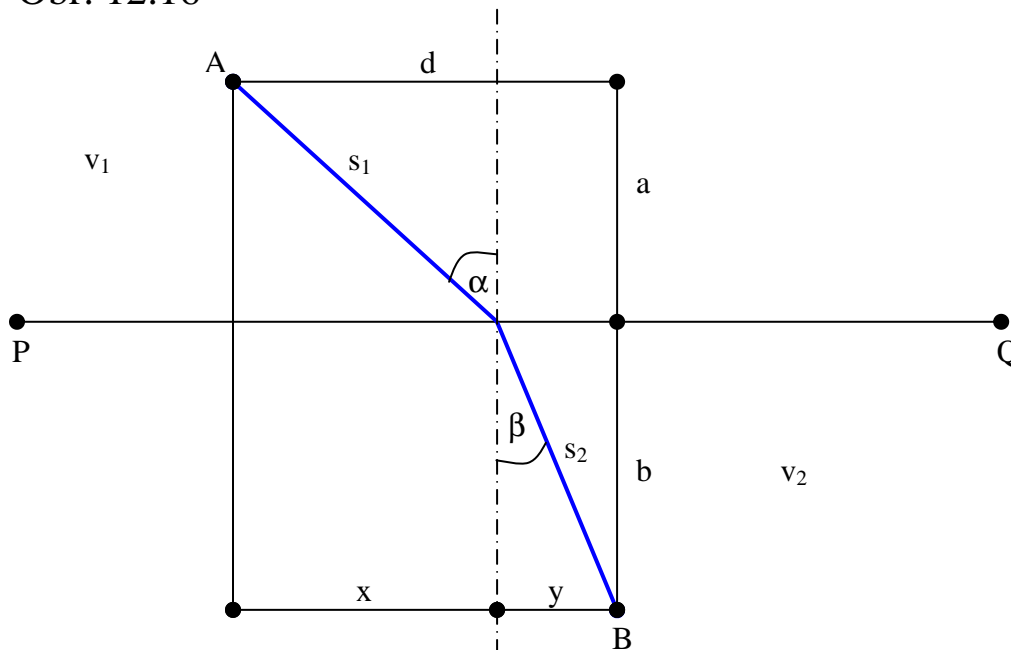
v pozadí. V pozdějších verzích své teorie Bohm navrhl, že u základního řádu v pozadí světa se jedná o pole tvořené nekonečným počtem překrývajících se vln a toto překrývání vln produkuje lokální jevy, jež vnímáme jako částice.

Všechny tyto myšlenky jsou víceméně analogické přístupu ke kvantové mechanice, který vyvinul Richard Feynman pod názvem **kvantování dráhových integrálů**, o kterém jsme se krátce zmínili v deváté kapitole. Uvažujme nyní následující myšlenou situaci:

Budiž bod A stanovištěm plavčíka a bod B místem na moři, kde tonoucí zoufale volá o pomoc. Přímka procházející body P, Q budiž rozhraním mezi mořem a souší.

Označme  $v_1$  rychlost, kterou se plavčík, spěchající na pomoc tonoucímu, pohybuje po souši a  $v_2$  rychlost, jíž se pohybuje v moři. Úkol zní nalézt takovou trajektorii z bodu A do bodu B, po níž se plavčík dostane k tonoucímu za co nejkratší čas.

Obr. 12.16



Z Pythagorovy věty pro délku trajektorie dostáváme

$$s = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + y^2} \quad (12.135)$$

což je funkce dvou proměnných  $x, y$ , kterou dále upravíme na tvar

$$s = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (d - x)^2} \quad (12.136)$$

čímž jsme eliminovali proměnnou  $y$ . Pro čas  $t$  potom platí

$$t = \frac{s}{v} = \sum_{i=1}^2 \frac{s_i}{v_i} = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{b^2 + (d - x)^2}}{v_2}. \quad (12.137)$$

Nyní vypočteme derivaci času podle  $x$ :

$$\begin{aligned} \frac{dt}{dx} &= \frac{d}{dx} \left( \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{b^2 + (d - x)^2}}{v_2} \right) = \\ &= \frac{1}{v_1} \frac{d}{dx} (a^2 + x^2) \frac{d}{dx} \sqrt{u} + \frac{1}{v_2} \frac{d}{dx} (b^2 + d^2 - 2dx + x^2) \frac{d}{dx} \sqrt{w} = \\ &= \frac{1}{v_1} 2x \frac{1}{2\sqrt{u}} + \frac{1}{v_2} (2x - 2d) \frac{1}{2\sqrt{w}} = \frac{1}{v_1} \frac{x}{\sqrt{u}} - \frac{d - x}{v_2 \sqrt{w}} = \\ &= \frac{1}{v_1} \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{1}{v_2} \frac{d - x}{\sqrt{b^2 + (d - x)^2}} = \frac{\sin \alpha}{v_1} + \frac{\sin \beta}{v_2}. \end{aligned} \quad (12.138)$$

Pro minimální čas tak musí platit

$$\frac{dt}{dx} = 0 \quad (12.139)$$

( $t_{\max} = \infty$ ) takže dostáváme konečný výsledek pro hledanou dráhu

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (12.140)$$

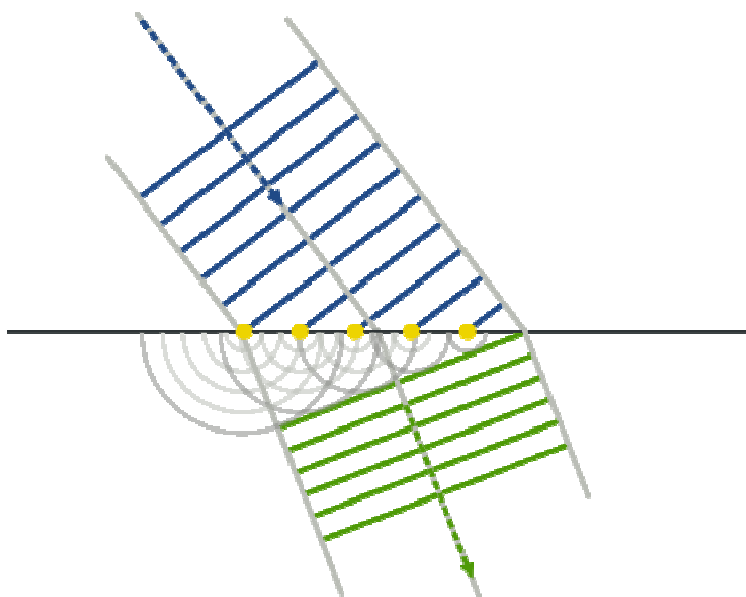


Willebrord Snellius (1580 – 1626)



Christiaan Huygens (1629 – 1695)

To je ovšem známý Snellův zákon, který lze odvodit rovněž z Huygensova principu vlnové mechaniky a tedy např. i optiky (viz obr. 12.17).



Obr. 12.17: Vysvětlení Snellova zákona na základě Huygensova principu

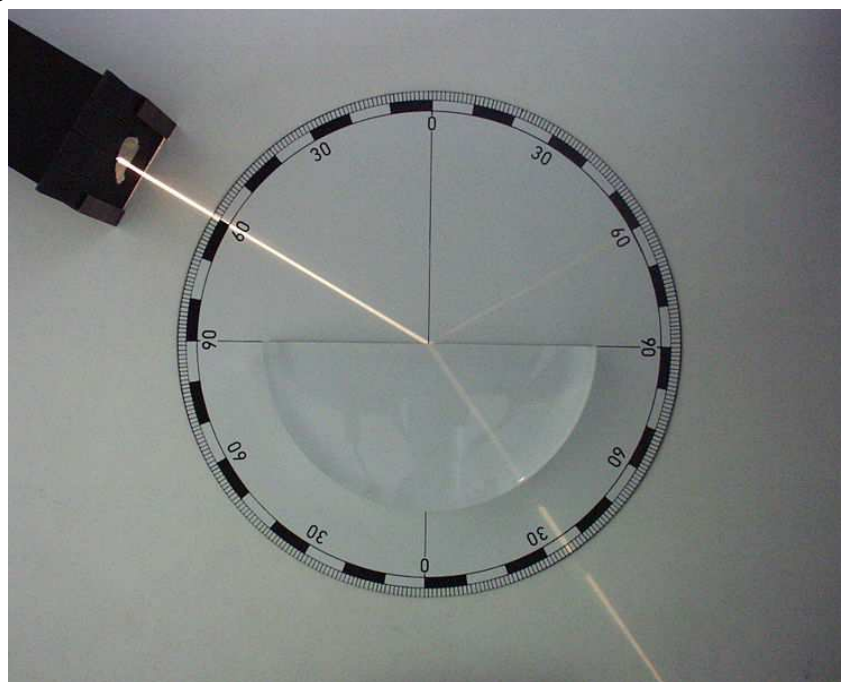
Fotony se tedy vždy šíří takovou cestou, která jim zabere minimální čas, což je věta známá jako **Fermatův princip**.



**Pierre de Fermat (1601 – 1663)**

Podle Feynmanovy metody kvantování dráhových integrálů je touto cestou právě ta, kde se rozdíl časů pro blízké dráhy blíží nule. Pro tyto dráhy se pravděpodobnosti skládají konstruktivně a posilují se. Pro „bláznivé“ dráhy fotonů, které leží daleko od optimální dráhy s minimem času, se projevuje daleko větší rozdíl v časech pro blízké dráhy, pravděpodobnosti těchto drah se skládají destruktivně a vzájemně se vyruší. Namísto, aby se řeklo, že foton se šíří každou z možných cest, jejichž pravděpodobnosti se navzájem skládají, můžeme stejně tak uvažovat, že každou z možných cest se šíří pilotní vlna, která vytváří kvantový potenciál, jenž udržuje foton na cestě nejmenšího odporu, což bude zároveň cesta s minimem času.

Obr. 12.18



## Amplituda pravděpodobnosti coby druh silového pole

Předpokládejme, že se částice vlivem kvantových fluktuací prostoročasu posune náhodně v prostoru v plackově čase o 1 planckovu délku. Pokud ji v čase  $t_0$  lokalizujeme v bodě  $\mathbf{r}$  vlnového klubka, pak v čase  $t_0 + n \cdot t_h$  bude její nejpravděpodobnější pozicí povrch sféry vzdálené o  $n^{\frac{1}{3}} \cdot l_h$  od bodu  $\mathbf{r}$ . Ve skutečnosti však je prostorová distribuce pravděpodobnosti nalezení částice dána kvadrátem normy vlnové funkce (srov. ( 3.67 )):

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\hbar\pi^{\frac{5}{4}}d^{\frac{1}{2}}} \iint \exp\left(\frac{\mathbf{p}\mathbf{r}}{i\hbar} - \frac{(r-a)^2}{2d^2}\right) d^3\mathbf{r} \exp\frac{\frac{p^2}{2m}t - \mathbf{p}\mathbf{r}}{i\hbar} d^3\mathbf{p} \quad ( 12.141 )$$

Vlnové klubko se tedy efektivně chová jako silové pole udržující částici blízko svého středu.

## Kvantový potenciál

V minulém odstavci jsme poodhalili krásu kvantových teorií s pilotní vlnou. V nich vystupuje kvantová vlna jako reálná fyzikální entita (čemuž je ovšem třeba přispůsobit i tvar Schrödingerovy rovnice), která se šíří prostorem vysoce nadsvětelnou rychlostí (je možné zachovat i podsvětelnou rychlost šíření kvantových vln, což však vyžaduje rozdělení vln na tzv. reatardované a advancované, které se šíří zpět v čase. V této, tzv. transakční interpretaci KM, o níž jsme se zmínili v jedenácté kapitole, se někdy advancované vlny ztotožňují s hermitovsky sdruženou vlnovou funkcí, která tvoří v klasické KM spolu s normální vlnovou funkcí popisující běžnou retardovanou vlnu, diracovský braket určující právě distribuci pravděpodobnosti výskytu částice v prostoru).

Pole kvantových vln velkého souboru částic pak tvoří velice složitý dynamický kvantový potenciál v celém prostoru, na který jsou citlivá všechna kvanta. Kvantový potenciál v okolí stínítka (filtru) se dvěma šterbinami se bude dosti radikálně lišit od kvantového potenciálu v okolí stínítka (filtru) s otevřenou pouze jedinou šterbinou. Kvantum,



které do takového prostředí vyšleme (upozorňují, že ono prostředí je určováno i kvantovým potenciálem buzeným ve svém okolí samotnou testovací částicí a interferujícím s kvantovými potenciály všech částic filtru) se octne v jakémsi „morfogenetickém“ poli, které bude okamžitě reagovat na aktuální stav filtru. Částice tak bude setřásána do minim kvantového potenciálu a ta se budou u různých filtrů (s různým počtem štěrbin) pochopitelně lišit. To je pravý důvod, proč přítomnost druhé štěrbinou ovlivňuje stav částice, která se při tom rozhodla projít pouze tou první.

Víme ale také, že když jednu částici páru nalezneme náhodně ve stavu  $A$ , zaujme v tom samém okamžiku druhá částice stav  $B$ , bez ohledu na jejich vzájemnou vzdálenost. Jakým kanálem se spolu dorozumívají? Kvantová mechanika nám tu ve skutečnosti podhaluje jedno z největších tajemství vesmíru.

Tímto problémem se zabývali po značnou část života např. David Bohm, Richard Feynman, John Wheeler či v současnosti třeba John Cramer. Principiálním problémem přitom nepředstavuje princip neurčitosti, který je jen pouhým důsledkem hlubších zákonitostí, jimiž se řídí příroda. Zásadní otázkou spíše je, proč mají částice vlnovou, či vlny částicovou povahu, jaká je skutečná fyzikální podstata děje zvaného kolaps vlnové funkce a jak je možné, že probíhá v celém prostoru naráz. Je primární entitou korpuskule a vlnová funkce teprve čímsi, co okolo sebe korpuskule vytvářejí, či je primární entitou vlna a kvanta jsou pouhou iluzorní záležitostí vznikající v důsledku neschopnosti atomární látky (tvořené, hodně zjednodušeně řečeno, celočíselným násobkem půlvln) vysílat a přijímat energii jinak, než po kvantech? KM na tyto otázky odpověď nezná, pouze našla vhodný matematický aparát simulující pozorované chování kvantových entit a schopný dávat poměrně rozsáhlé předpovědi, které jsou v souladu s následným pozorováním. Výše jmenovaní autoři se však snažili nalézt fundamentálnější odpovědi, než je jen pouhá matematická simulace. Viděli jsme, že kupř. David Bohm položil základy teorie tzv. pilotní vlny, která dává adekvátní kvantově mechanické předpovědi. V tomto modelu světa je primární entitou částice, která kolem sebe šíří vlnění podobně, jako loďka na vodní hladině. Interakcí mnoha částic (např. testovací částice + všechny částice tvořící experimentální aparaturu) dochází k interferenci vlnových příspěvků od každé ze zúčastněných částic (teoreticky od každé částice ve Vesmíru). Interferencí těchto vln

vzniká v prostoru velmi složitý kvantový potenciál, který je obecně dosti obtížné spočítat a který nutí volnou testovací částici putovat mnohem pravděpodobněji v blízkosti minim tohoto potenciálu, nežli jeho maxim. Pro jednoduchá uspořádání, pro něž se podařilo kvantový potenciál nalézt, se výsledky nikterak nelišily od předpovědí klasické kvantové teorie. Dokonce i podle klasické kvantové teorie vychází, že objekty ležící ve vesmíru uvnitř horizontu, se mohou vzájemně ovlivňovat a jejich vlnové funkce spolu tudíž interferují. V této souvislosti se někdy hovoří o Vesmíru jako o gigantickém hologramu, v němž každá část je latentním obrazem celku.

Vlnovou funkci částice můžeme obecně napsat jako

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sqrt{\rho(\mathbf{r}, t)} \exp[i\varphi(\mathbf{r}, t)], \quad (12.142)$$

kde

$$\rho(\mathbf{r}, t) = |\psi(\mathbf{r}, t)|^2 \quad (12.143)$$

je úměrná hustotě pravděpodobnosti a

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \arg[\psi(\mathbf{r}, t)] \quad (12.144)$$

reprezentuje fázi vlnové funkce. Protože v řadě experimentů se zajímáme o  $|\psi|^2$ , zdálo by se, že fáze nehraje v kvantových procesech žádnou roli. Ve speciálně postavených interferenčních experimentech ji však přesto musíme brát v úvahu.

Podobně je tomu rovněž v případě nízkoteplotních experimentů, se supravodivými či supratekutými kvantovými systémy. V dynamice těchto kvantových kapalin a v jejich topologických vlastnostech hraje fáze dokonce rozhodující roli. Tyto soustavy jsou popsány tzv. **makroskopickou vlnovou funkcí**, která má tvar formálně shodný s (12.142), avšak  $\rho$  je zde úměrné nikoliv pravděpodobnosti nalezení částice, nýbrž přímo hustotě kondenzátu neboli makroskopickému počtu částic v základním kvantovém stavu. Fázový faktor  $\varphi$  je pak

makroskopickou fází tohoto kondenzátu. Makroskopická vlnová funkce tvoří základ fenomenologického popisu všech kvantových kapalin. Pokud se u těchto kapalin nalézá obrovský počet částic v jediném kvantovém stavu, dostává vlnová funkce  $\psi(\mathbf{r}, t)$  klasickou interpretaci. Kondenzát pak můžeme považovat za makroskopickou kvantovou částici.

Vlnovou funkci  $\psi(\mathbf{r}, t)$  je rovněž možno formulovat pomocí klasické akce  $S$  a poté definovat dráhu částice pomocí Hamiltonova principu jako trajektorii, podél níž je akce  $S$  minimální. Vlnová funkce má v tomto formalismu tvar

$$\psi = |\psi| \exp\left(\frac{iS}{\hbar}\right) = |\psi| \exp(i\varphi) = \sqrt{\rho} \exp\left(\frac{iS}{\hbar}\right), \quad (12.145)$$

s jejíž pomocí lze formulovat tzv. **hydrodynamickou formu Schrödingerovy rovnice**.

Dosadíme-li do klasické Schrödingerovy rovnice ( 3.16 ) vlnovou funkci ( 12.145 ), dostaneme dvě nelineární rovnice:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \left( \frac{\rho}{m} \nabla S \right) &= 0, \\ \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{2m} (\nabla S)^2 + V_s + Q_m &= 0, \end{aligned} \quad (12.146)$$

kde

$$Q_m = \frac{\hbar^2}{m} \left( \frac{\nabla^2 \rho}{\rho} + \frac{(\nabla \rho)^2}{\rho^2} \right) \quad (12.147)$$

je **kvantový potenciál**. Položíme-li

$$\mathbf{J} = \frac{S}{m}, \quad (12.148)$$

kde  $\mathbf{J}$  značí proudovou hustotu částic, pak z první rovnice ( 12.146 ) dostaneme

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{J} = 0, \quad ( 12.149 )$$

což je rovnice kontinuity známá z klasické hydrodynamiky (odtud pojmenování hydrodynamická verze Schrödingerovy rovnice), popř. elektrodynamiky (jedná-li se o proud nabitých částic).

Druhá rovnice ( 12.146 ) odpovídá klasické Jacobiho rovnici, v níž se ovšem vyskytuje nový člen  $Q_m$  tj. kvantový potenciál. Pro  $Q_m = 0$  dostáváme rovnice klasické mechaniky.

Kvantovou mechaniku tak můžeme interpretovat jako klasickou mechaniku doplněnou o kvantový potenciál  $Q_m$ , který závisí na hustotě částic  $\rho$  a jejím gradientu. Vlnovou funkci  $\psi$  pak můžeme interpretovat jako kvantové pole doprovázející každou jednotlivou částici, dynamika částic je řízena gradientem fáze či akce a proudová hustota bude dána vztahem

$$\mathbf{J} = \frac{\rho}{m} \nabla S = \frac{\hbar}{m} \nabla \varphi. \quad ( 12.150 )$$

Hydrodynamická formulace Schrödingerovy rovnice, známá také jako **mechanika s kvantovým potenciálem**, smazává historicky vyhloubenou propast oddělující od sebe klasickou a kvantovou fyziku, zdůrazňujíc jednotu našeho světa.

### **Kvantový Chladního efekt**

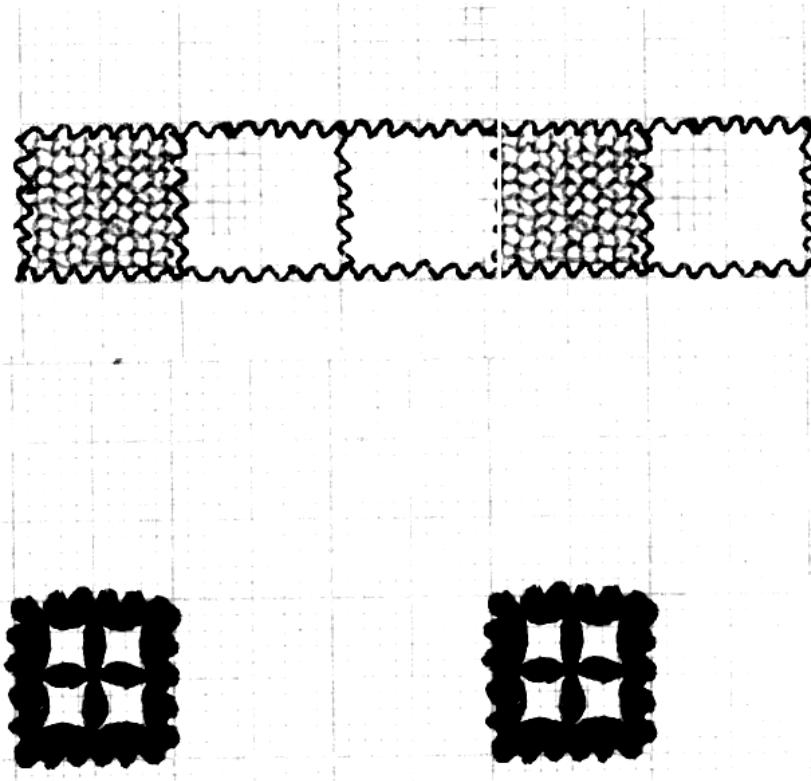
Nahodilost je jen jednou stranou mince kvantové mechaniky. Druhou stranu představuje interference amplitud (vlnové chování). Teorie se musí vypořádat s oběma problémy.

Fluktuace mikrometriky prostoročasu, se kterými jsme se setkali v deváté kapitole, jsou zdrojem energie pro tvorbu virtuálních párů a tedy fyzikálního vakua.

Jak ukazuje Obr. 12.19, projevují se fluktuace prostoročasu na úrovni mikroskopické (subplanckovské), stejně jako na úrovni megaskopické.

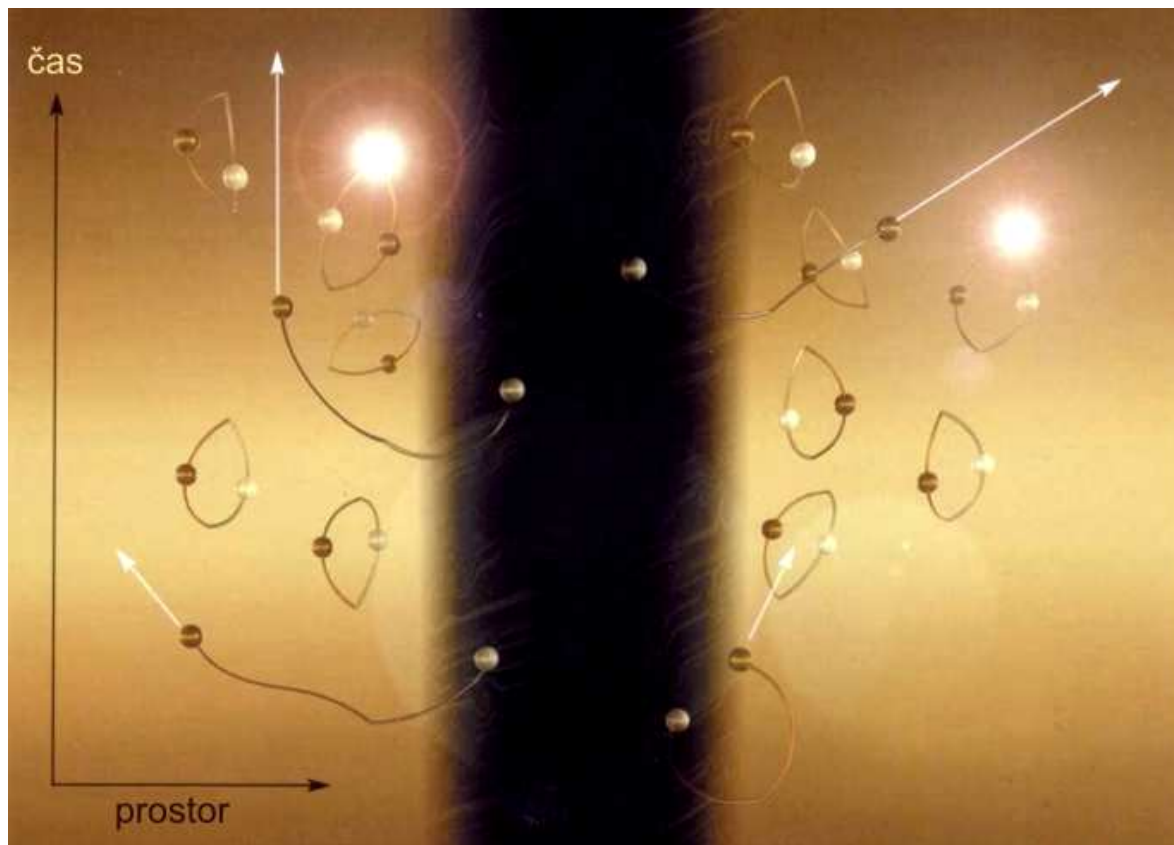
Kvantové fluktuace prostoročasu v subplanckovských měřítkách samozřejmě nemají charakter fyzikálních singularit (jejichž samu existenci jsme již vyvrátili), vnější projevy kvantových fluktuací však mohou připomínat vznikání kvantových černých děr, které během zlomku sekundy opětovně zanikají, zatímco z jimi vyzářené energie se opětovně rodí nové.

Obr. 12.19

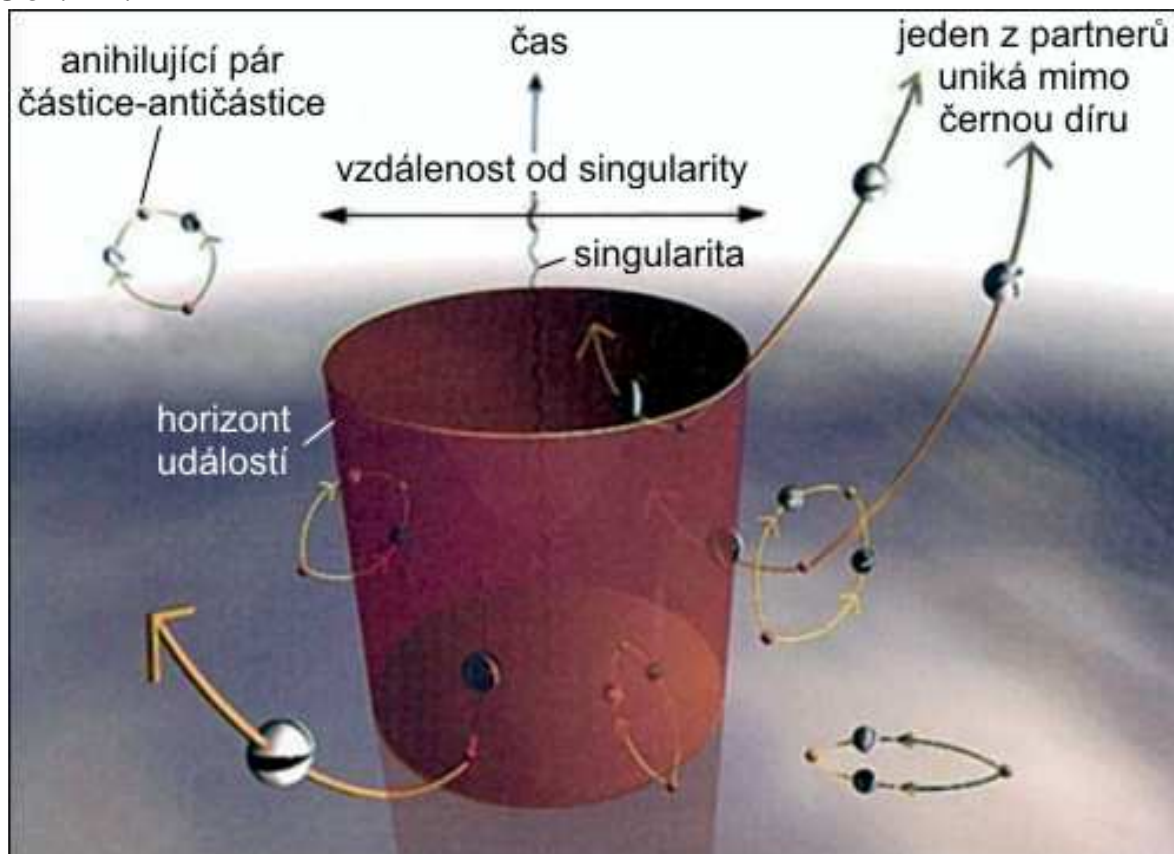


Je třeba si uvědomit, že sekundární cytorezonance může být zdrojem jak křivosti prostoročasu (která se může v extrémním případě úplně uzavřít a vytvořit černou díru), tak i kvantových fluktuací prostoročasu. Rotace kvantionu přirozeně vede k polarizaci sekundární cytorezonance, která je příčinou polarizace virtuálních párů v jeho okolí. Náboj vícekvantionové částice je kvantovým součtem momentů jednotlivých kvantionů a polarizace vakua v okolí takovéto částice pak může indukovat pole značné intenzity.

Obr. 12.20



Obr. 12.21



Uvnitř preonů se kvantiony pohybují po komplikovaných uzavřených drahách rychlostí světla. Rychlost světla je přirozenou nejvyšší možnou rychlostí kvantionu, díky níž získává kvantion hmotnost (viz Zoevistianova pohybová tabulka). Při urychlování preonu (které, jak víme, souvisí se změnami rychlosti a energie generujících cytonů) se zpomaluje četnost srážek generujících cytonů pro daný kvantion, což efektivně vede ke zpomalení jeho rotace. V důsledku toho se prodlužuje jeho doba života (antion).

Přeměna fermionu na boson se realizuje explifikací (rozvinutím) uzavřených drah kvantionů uvnitř preonů. Kvantiony se začínají pohybovat přímočaře – fermion se přeměňuje v boson. Přeměna bosonu ve Fermion probíhá přesně opačným způsobem, tzn. kompakfikací trajektorie kvantionů.

Evoluce vlnové funkce je v KM určena deterministicky, příslušnými pohybovými rovnicemi (Schrödingerova, Klein - Gordonova, Diracova). Stav, který naměříme v nějakém čase  $t$ , je funkcí tvaru vlnové funkce, která do tohoto času dospěla a náhodného čísla generovaného v okamžiku měření přírodním generátorem náhodných čísel. Ten představují kvantové fluktuace prostoročasu, popř. různých dalších polí negravitačního původu, které působí na částici po celou dobu její existence, tedy i v okamžiku měření.

Vlnová funkce prochází běžnou deterministickou evolucí, jako bychom řešili rovnice klasické mechaniky a v okamžiku měření cosi vygeneruje náhodné číslo v intervalu řekněme  $\langle 0,1 \rangle$  a toto číslo se pak převáží kvadrátem absolutní hodnoty vlnové funkce v tomto okamžiku. Výsledkem je skutečně měřená hodnota.

Onen generátor náhodných čísel, za který jsou považovány kvantové fluktuace prostoročasu, přitom nemusí být ničím magickým, podivně korelovaným pro celý entanglement měřených částic, či dokonce pro celý vesmír. Pro každé měření je použit nezávislý generátor náhody (kvantové fluktuace prostoročasu obecně v jiném místě a čase). Při kvantové teleportaci a jiných jevech, souvisejících s narušením Bellových nerovností, je podstatná pouze korelace té vlnové funkce, která zde působí jako váha.

KM je tedy vhodným objektem pro počítačové modelování metodami monte carlo a také se zde tato metoda ve stále masivnější míře prosazuje. Na počátku máme vlnovou funkci, jejíž časová evoluce je popsána deterministicky. Jednotlivé částice pak můžeme generovat metodou monte carlo (jak jsem popsal výše), coby náhodně generované hodnoty vážené přes kvadrát normy vlnové funkce.



**Obr. 12.22: Simulace kvantového Chladniho efektu vyvolaná akustickými vlnami v látkovém prostředí posypaném drobnými zrnky písku v roli částic setřásaných do minim kvantového (v tomto případě akustického) potenciálu.**



Pokud použijeme Bohmovu metodu kvantového potenciálu, můžeme model napsat třeba tak, že vezmeme reciprokou hodnotu kvadrátu absolutní hodnoty vlnové funkce (stavového vektoru) a prohlásíme ji za potenciál. Evoluci částice v tomto kvantovém potenciálu pak simulujeme monte carlo např. jako náhodnou procházku s náhodným krokem v tomto potenciálovém poli (které se samo o sobě ještě obecně vyvíjí v čase dle příslušných KM rovnic), jež funguje jako váha pro každý náhodně zvolený krok. Po  $x$  krocích pak provedeme měření. Subkvantové vibrace prostoročasu „pod částicí“, které zde vlastně tímto modelujeme, vedou při vhodné volbě parametrů ke shodě s předpovědí KM.

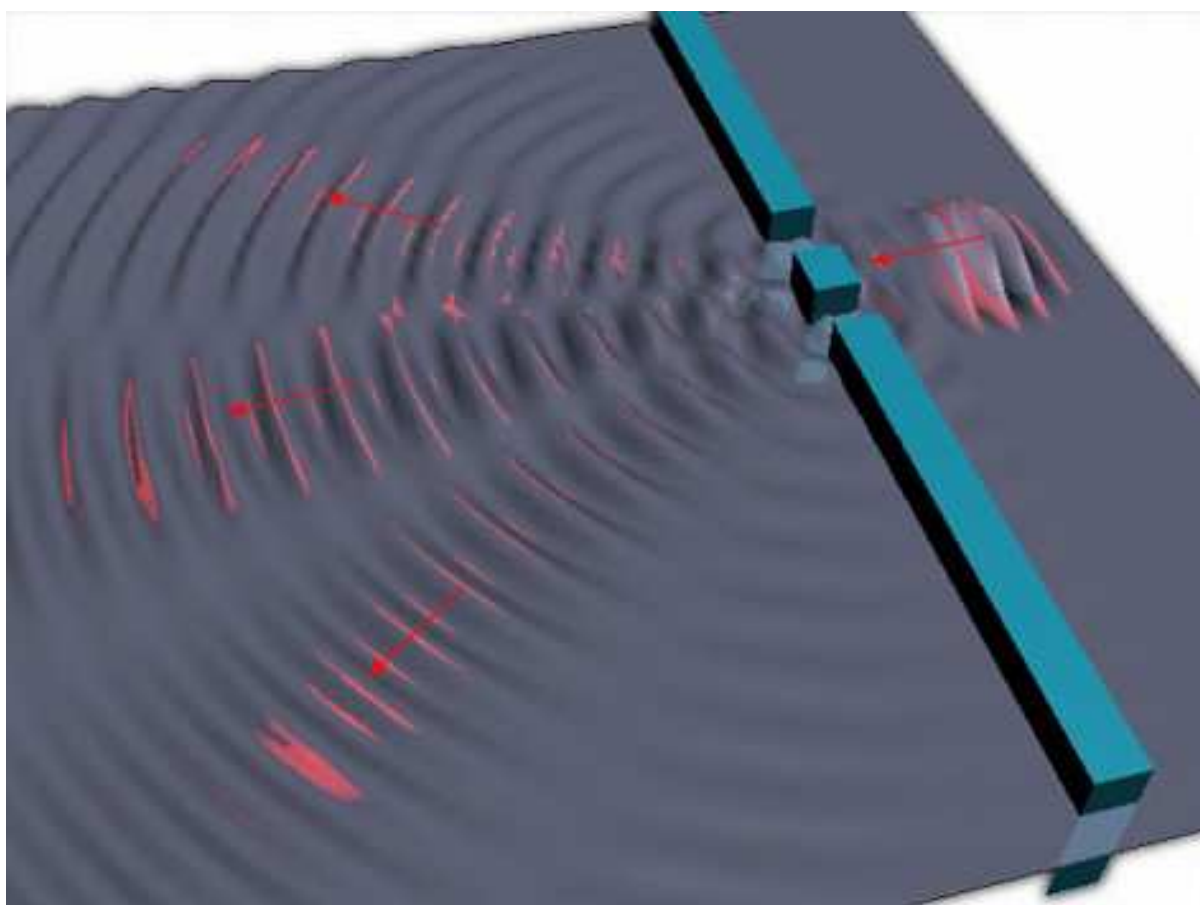


**Ernst Florens Friedrich Chladni (1756 – 1827)**

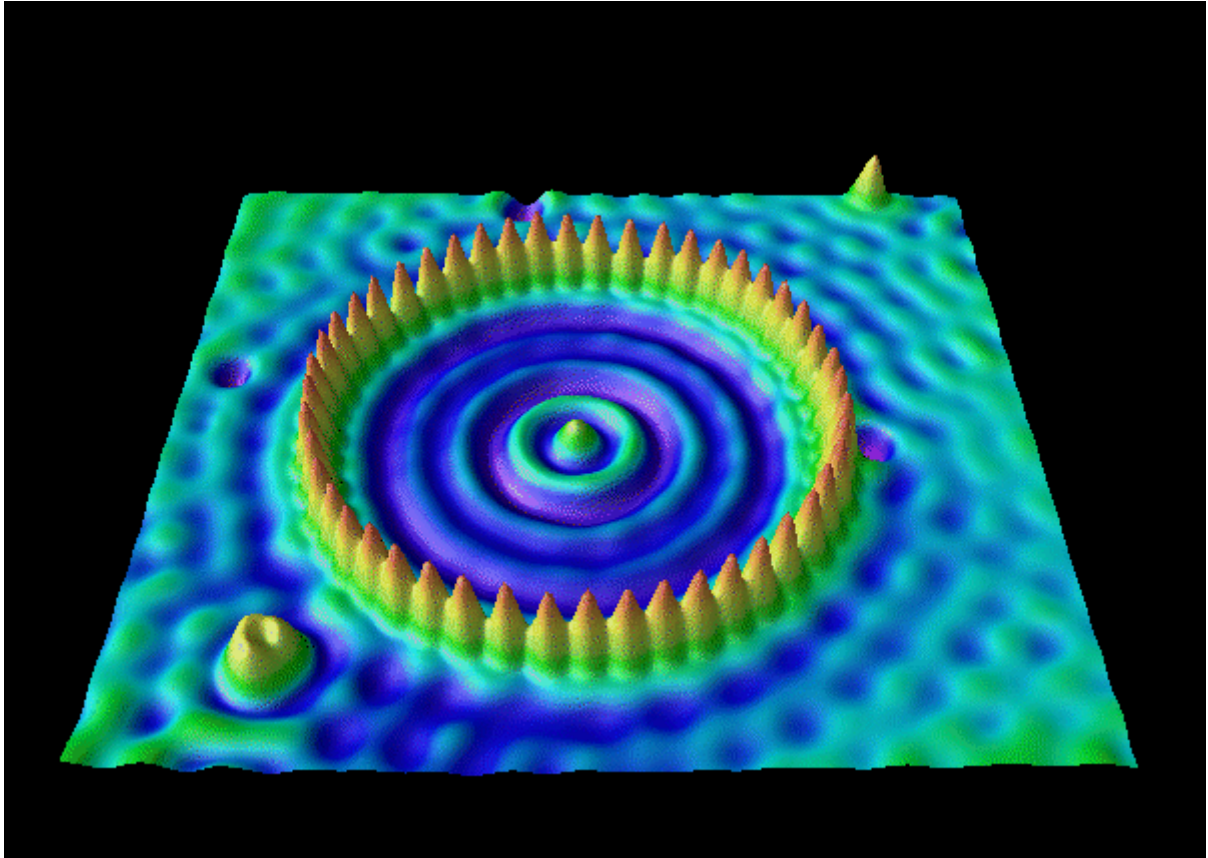
Vlnová funkce (resp. kvadrát její normy) reprezentuje distribuci pravděpodobnosti, se kterou naměříme všechny možné výsledky. To, co pak ale skutečně naměříme, je jenom jeden konkrétní výsledek (kolaps vlnové funkce).

Všechny předpovědi KM popř. obecnější KTP obstály při experimentálním testování, takže snad vyjma výpočtu energie vakua a několika dalších ojedinělých nesouladů jde o dobrý matematický model reality. To ale neznamená, že je úplný, tzn., že neobsahuje žádné ad hoc postuláty a tedy v sobě nese prapříčiny všeho. Příklad s kolapsem vlnové funkce, popsáný výše, je toho ukázkou. Přitom kvantové fluktuace prostoročasu mohou v tomto konkrétním a pro naše porozumění fyzikální realitě dosti zásadním případě, hledané vysvětlení nabídnout.

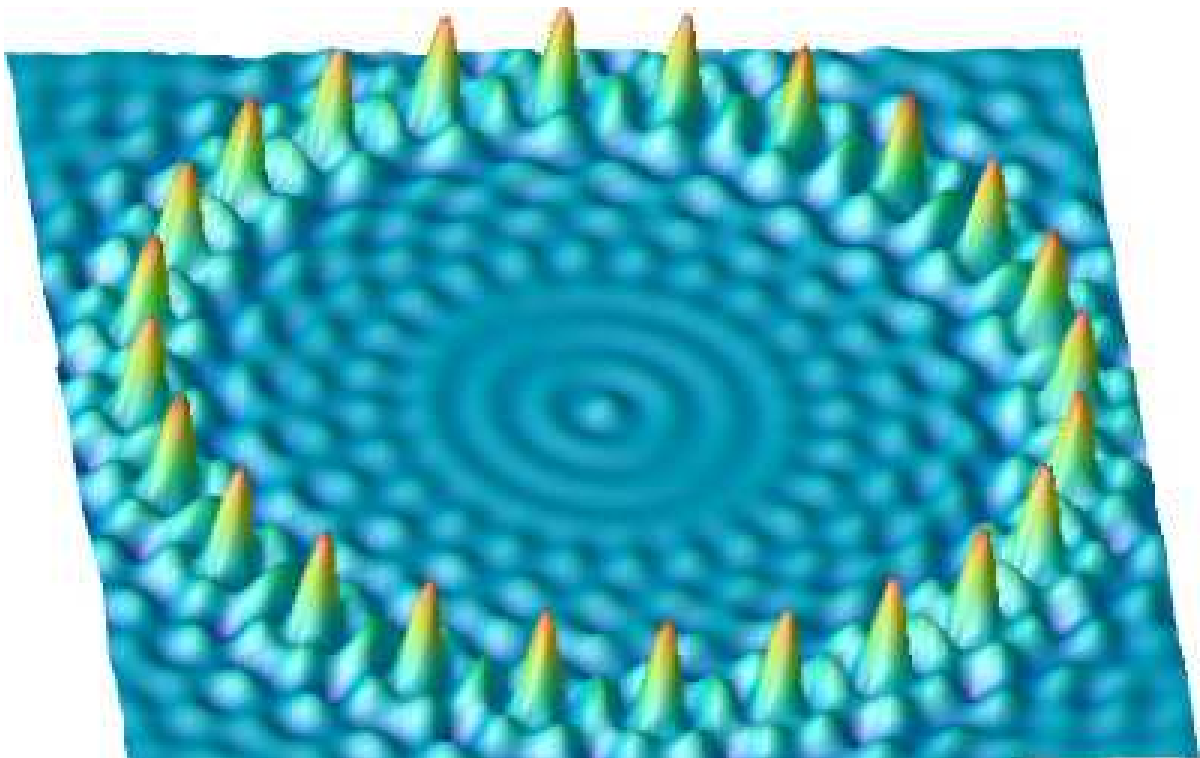
Jsou-li částice  $A$ ,  $B$  propletené, pak výsledek měření na  $A$ , dává jednoznačně předem výsledek měření  $B$ . Propletené jsou ve skutečnosti vlnové funkce – přesněji řečeno, stav systému je popsán jedinou vlnovou funkcí. V nejjednodušším případě, kdy Alice i Bob měří podél stejné osy, máme dva možné stavy – dvě ostrá minima, kam se může naše částice skutálet. V okamžiku měření Alice se vygeneruje náhodně jeden z možných stavů. O tom který z nich to bude, rozhodne právě zmiňovaný generátor. Protože toto minimum je již obsazené, nezbývá, než aby stav, který vygeneruje svým měřením bob, zaujal druhou zbývající polohu.

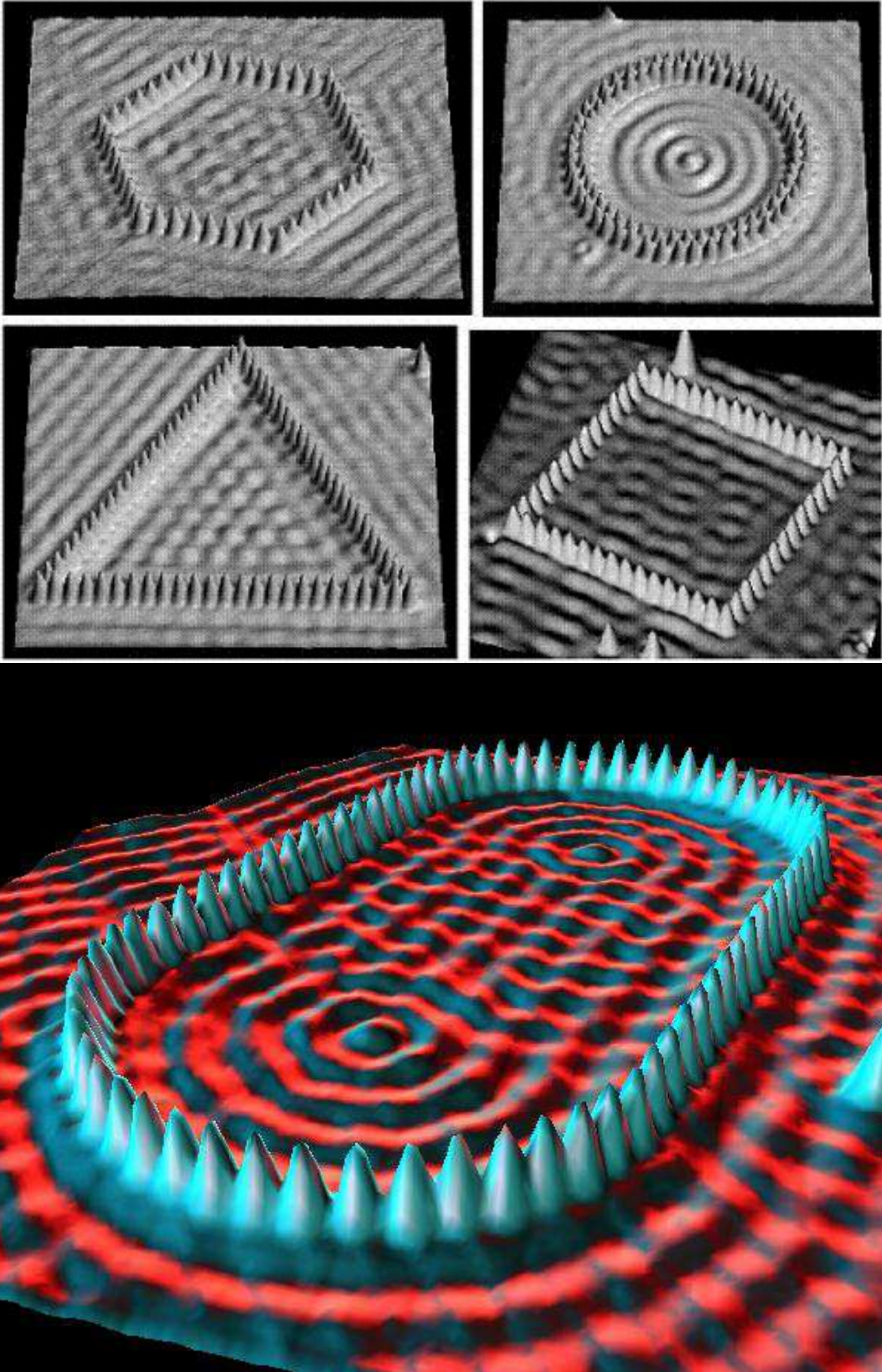


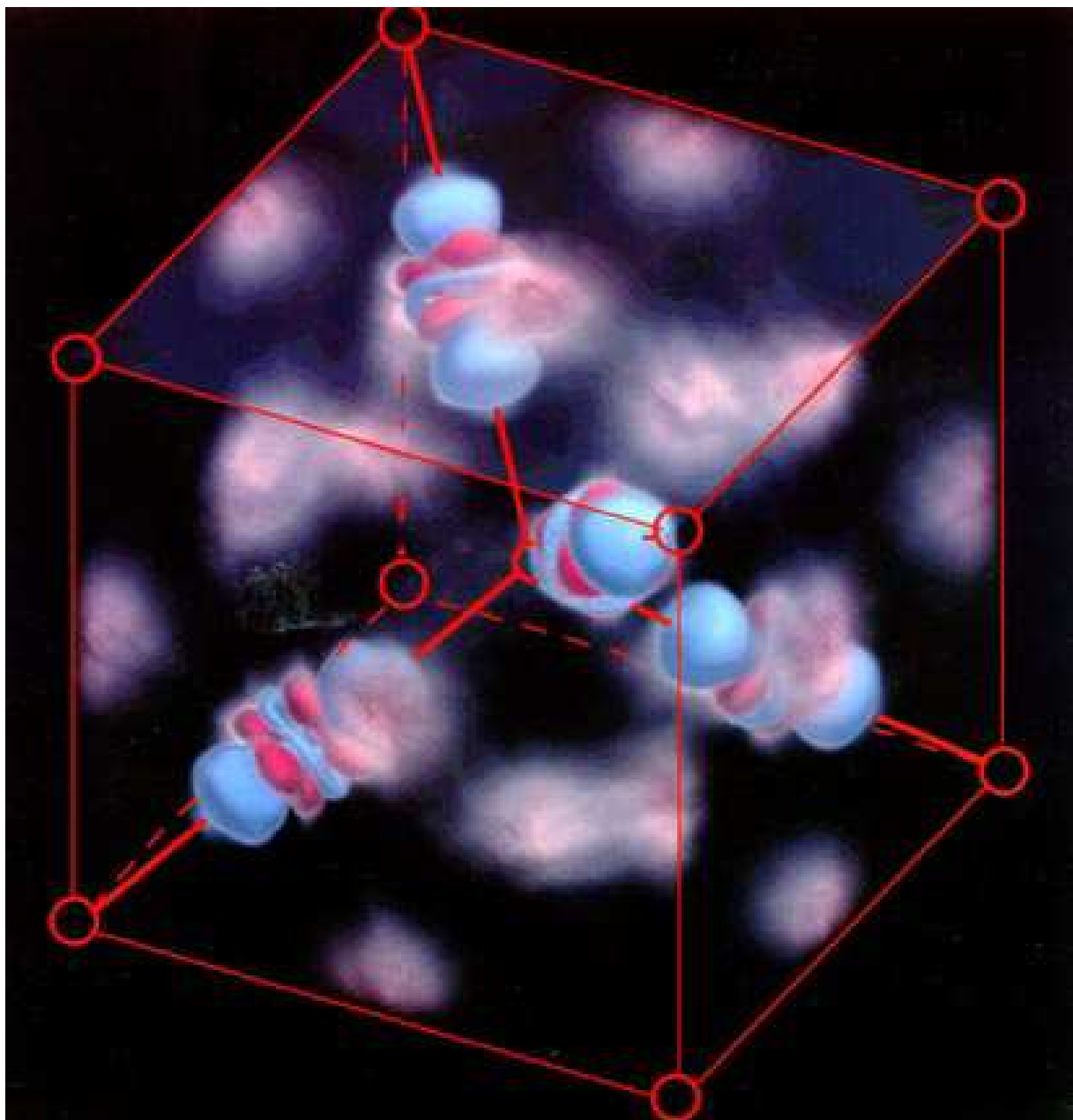
Obr. 12.23: Simulace průběhu kvantového potenciálu ve dvouštěrbinovém experimentu



Obr. 12.24: Skenovacím tunelovým elektronovým mikroskopem pořízené fotografie kvadrátů norem vlnových funkcí (kvantového potenciálu) elektronů uvězněných uvnitř různě tvarovaných „ohrádek“ tvořených uspořádanými atomy železa.







**Obr. 12.25:** Fotografie (nikoli počítačová simulace) elektronových oblaků v molekulovém orbitalu  $\text{Cu}_2\text{O}$ . Zdroj: Arizona State University

Zavedení avancovaných vln do KM je jistě velikým posunem vpřed v našem myšlení a chápání fyzikální reality. Minimálně na EPR entanglovaných párech můžeme tento mechanismus nelokální prostoročasové komunikace přímo pozorovat. Vlnové funkce částic mohou být navzájem provázány právě prostřednictvím retardovaných a avancovaných vln, nezávisle na faktické prostorové vzdálenosti těchto částic. Na druhé straně, lze výsledky experimentů Yangova typu dobře interpretovat i KM s pilotní vlnou. Avancované vlny tak

vlastně zůstávají doménou výhradně jen EPR. Se vším ostatním se lze snadno vypořádat i standardnějšími nástroji. Na druhé straně je pozoruhodné a svým způsobem i velice krásné, že též hermitovsky sdružené vlnové funkce zde získávají na fyzikálním významu, takže po matematické stránce se tato teorie jeví úplnější než ta Schrödingerova.

## **Sekundární cytorezonance a její kvanta**

Původně byla rychlost cytonů vypočtena coby nejnižší rychlost potřebná k tomu, aby model fungoval. Posléze se však ukázalo, že síla, která působí na cytonový pár uvnitř cytoprostorové buňky (síla, jež generuje orbitální chronor) je při této rychlosti naprosto identická se silou, kterou je napínán lineární chronor díky své vlastní rotaci, na základě relativistických kvantových efektů zmíněných v 11. kapitole. Přitom takto provedený výpočet oné síly je zcela nezávislý na tom, jak rychle se cyton pohybuje. Rychlost cytonu tak byla vlastně potvrzena dvěma nezávislými výpočty. Jeden vycházel ze struktury cytoprostoru jako takové (aby to fungovalo), a druhý byl ryze relativisticky kvantově mechanický. Oba dva však nakonec dospěly k naprosto stejné hodnotě napětí, což je pozoruhodným potvrzením správnosti teorie.

Cytony existují jako samostatné kvazičástice na pozadí cytoprostoru (přesněji dané cytoprostorové chreody) až do chvíle, než dojde v určité cytoprostorové buňce k jejich srážce. Takováto buňka je pak po dobu Planckova času tzv. aktivovanou buňkou cytoprostoru – generují se v ní chronory v pořadí : 1) lineární chronor, 2) orbitální chronor, 3) sférický chronor, 4) kubický subchronor. A uvnitř kubického subchronoru se vytvoří další mikrokopie cytoprostoru – intracytoprostor. Po uplynutí Planckova času se buňka deaktivuje („praskne“), vnitřní vesmír zanikne (do té doby v něm ale uplyne cca.  $3,2 \cdot 10^{18}$  s vlastního času) a z místa, kde k tomu došlo, se začne šířit tzv. sekundární cytorezonance, o níž jsme zde již několikrát hovořili. Ihned po aktivaci buňky se však děje ještě jedna důležitá věc. Po téže chreodě, po níž před okamžikem přiběhly oba cytony, se zpět k Blandriu šíří tzv. reliktová cytorezonance. Ve skutečnosti se prostoročas (nejprve však ale intracytoprostor) vytváří uvnitř

sférického chronoru a tohoto procesu se účastní 2 druhy vlnění. Transversální vlnění, které postupuje po povrchu sférického chronoru konečnou rychlostí  $v_1$ , a longitudinální vlnění postupující vnitřkem konečnou rychlostí  $v_2$ . Poměr mezi oběma rychlostmi  $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{2}$ .

To vede v důsledku k vytvoření kubického subchronoru uvnitř sférického chronoru. Kubický subchronor je v kubický útvar o hraně  $7,8 \cdot 10^{-36}$  m, uvnitř kterého se sám utvoří intracytoprostor. Přesný mechanismus jeho vzniku jsme vypočetli v kap. 11, spolu s příslušnými indexy lomu cytorezonance na rozhraní intracytoprostoru, z nichž m.j. vyplývá i celková doba života vesmíru (dnes se nalézáme zhruba v 1/8 jeho celkové délky trvání).

Struktura, vyplňující prostor mezi sférickým chronorem a kubickým subchronorem, se zove Blandrium a pro fungování cytoprostoru je zcela klíčovou.

Uvnitř kubického subchronoru se nalézá krychlová dutina fungující jako rezonátor. Vnitřní prostředí uvnitř dutinového rezonátoru kubického subchronoru, jímž se může šířit vlnění, tvoří, jak již víme čas, který se po zásahu buňky párem cytonů uvnitř na Planckův okamžik prudce roztočí a následkem této rotace získá na krátko nejen vlastnosti elastického kontinua, ale zároveň se i zhmotní. Stojaté vlnění, které v tomto rezonátoru existuje, tvoří prostorovou mřížku z uzlů a kmiten. Kmitny představují cytoprostorové buňky a souvislá řada buněk spojující dvě protilehlé strany kubického subchronoru sluje chreodou (z řeckého chreos - cesta). Cytorezonanční kvazikvanta – cytony – postupují ve formě longitudinálního vlnění právě a pouze po chreodách, podobně, jako se šíří světelné vlnění (které je ovšem transversálním) v laserovém paprsku. Přitom interference primární cytorezonance se stojatým vlněním uvnitř rezonátoru (cytoprostorem) způsobuje, že se cytony primární cytorezonance, postupující podél dané chreody, objevují právě a pouze v kmitnách cytoprostorové mřížky (buňkách). Protože cytony existují pouze v diskrétních bodech cytoprostoru (či jakékoliv jeho soběpodobnostní kopie v rámci fraktální rekurse v intracytoprostoru), může docházet k jejich srážce a následnému generování kvantionu, právě a pouze uvnitř cytoprostorové buňky. Po srážce dvou cytonů v této prázdné buňce se vytvoří v jejím středu warpová bublina, která se prudce rozpíná a

v jejím nitru vznikne regulerní prostoročas, zatímco na jejím okraji se utvoří nové Blandrium chránící nitro před vnějšími poli sekundární cytorezonance. Kvantion rotuje kolem svých os obvodovou rychlostí  $2c^3$  v naší soustavě, která v jeho soustavě odpovídá rychlosti světla  $c$ . Touto rychlostí obletí signál kvantion za dobu jeho života ( $10^{-60}$  s) tj. antion.

Během jedné otáčky uběhne v kvantionu čas, který odpovídá v naší soustavě času, jenž potřebuje světelný signál k jednomu oběhu kupovesmíru ( $3,2 \cdot 10^{18}$  s), což je životnost kupovesmíru. Uvnitř kvantionu odpovídá tato doba jednomu antionu. Po jejím uplynutí se kvantion včetně Blandria rozpadá a jeho vnitřní energie se přeměňuje na sekundární cytorezonanci, která se šíří cytoprostorem od místa rozpadu kvantionu. Cytoprostorová buňka „obývaná“ kvantionem se vyprázdní a je připravena přijmout další cytonový pár.

Sekundární cytorezonance se od primární liší jednak amplitudou, a jednak tím, že se šíří cytoprostorem všemi směry bez ohledu na chreody. Na rozdíl od primární cytorezonance, jdoucí spořádaně po chreodách, je sekundární cytorezonance, jdoucí napříč, tlumeným vlněním. Pokud bychom pozorovali cytoprostor skrze filtr zviditelňující pouze sekundární cytorezonanci, spatřili bychom potenciálovou hyperplochu identickou s vlnovou funkcí v rámci hydrodynamické formy Schrödingerovy rovnice (kvantový potenciál).

### **Vlnová funkce v kubické mřížce a izotropie prostoru**

Uvažujme kvantion, který se může nalézat v jedné ze dvou možných poloh, přičemž v každé z nich je ve stejných vnějších podmínkách. Předpokládejme, že existuje určitá amplituda pravděpodobnosti, že kvantion přejde z jedné z těchto dvou možných poloh do druhé a samozřejmě stejná amplituda pro opačný proces. Pro kvantion pak existují dva možné stavy s přesně určenými energiemi. Velikosti obou amplitud jsou v obou stavech konstantní v čase a jejich fáze se v čase mění se stejnými frekvencemi. Vyskytuje-li se na počátku kvantion v jedné poloze, přejde po určitém čase do druhé a za nějaký čas se opět přehoupne do původní polohy – změny amplitudy jsou podobné pohybu dvou spřažených kyvadel.

Nyní si představme cytoprostorovou mříž, kde každá buňka



představuje energetickou jamku (lokální minimum) pro každý kvantion. Existuje jistá amplituda pravděpodobnosti, že se kvantion přesune do sousední jamky, odkud se může přesunout do další polohy, ale také se může vrátit zpět do původní. Situace je nyní podobná nekonečnému počtu navzájem spřažených kyvadel, neboli šíření vln elastickým kontinuem.

Uvažujme zpočátku pro jednoduchost jednorozměrný případ – šíření kvantionu po chreodě. Necht' jsou v posloupnosti buněk chreody jednotlivé buňky očíslovány jednotlivými bázovými stavy kvantionu uvnitř dané buňky. Každý kvantový stav  $|\varphi\rangle$  dané chreody lze potom popsat s pomocí bázových stavů  $|n-1\rangle, |n\rangle, |n+1\rangle$ , kde  $|n\rangle$  odpovídá bázovému stavu, kdy je zaplněna  $n$ -tá buňka chreody. Lze to provést jednoduše tak, že udáme všechny amplitudy  $\langle n|\varphi\rangle$  toho, že se stav  $|\varphi\rangle$  nachází v některém z bázových stavů, neboli amplitudy toho, že se kvantion vyskytuje v některé buňce. Stav  $|\varphi\rangle$  lze proto psát jako superpozici bázových stavů

$$|\varphi\rangle = \sum_n |n\rangle \langle n|\varphi\rangle. \quad (12.151)$$

Dále předpokládejme, že kvantion může s určitou amplitudou přejít do buňky na jedné nebo druhé straně. Uvažujme nejjednodušší případ, v němž může kvantion jedním krokem přecházet pouze do nejbližších sousedních buněk. Necht' je amplituda takového přechodu za

jednotku času  $\frac{iA}{\hbar}$ . Označíme-li dále amplitudu  $\langle n|\varphi\rangle \equiv C_n$ , můžeme

rovnici (12.151) zapsat ve tvaru

$$|\varphi\rangle = \sum_n |n\rangle C_n. \quad (12.152)$$

$|C_n(t)|^2$  je potom pravděpodobnost toho, že v čase  $t$  nalezneme kvantion v  $n$ -té buňce chreody. Hamiltonovy rovnice popisující tento systém tedy nabývají tvaru

$$i\hbar \frac{dC_n(t)}{dt} = E_0 C_n(t) - AC_{n+1}(t) - AC_{n-1}(t). \quad (12.153)$$

Koeficient  $E_0$  představuje vazebnou energii kvantionu kdyby se nemohl odpoutat od buňky a představuje výběr nuly na stupnici energií. Další člen je amplituda toho, že kvantion za jednotku času přeskočí z  $(n + 1)$ -ní do  $n$ -té buňky a poslední člen vyjadřuje amplitudu přeskočení z  $(n - 1)$ -ní do  $n$ -té buňky.

Aby bylo chování každého stavu  $|\varphi\rangle$  úplně popsáno, je třeba napsat Hamiltonovu rovnici pro každou amplitudu  $C_n$ . Protože chreoda obsahuje řádově  $10^{62}$  buněk, nedopustíme se velké nepřesnosti, budeme-li předpokládat, že počet buněk a tedy i stavů je nekonečný. Pokusme se nejprve nalézt stavy s přesně určenou hodnotou energie, neboli případy, v nichž se všechny amplitudy s časem nemění buď vůbec a nebo s touž frekvencí. Řešení budeme hledat ve tvaru

$$C_n = a_n e^{\frac{-iEt}{\hbar}}. \quad (12.154)$$

Komplexní číslo  $a_n$  představuje časově nezávislou část amplitudy toho, že kvantion nalezneme v  $n$ -té buňce. Po dosazení (12.154) do (12.153) získáme nekonečný počet rovnic o nekonečnu neznámých  $a_n$ :

$$Ea_n = E_0 a_n - Aa_{n+1} - Aa_{n-1}. \quad (12.155)$$

Označme nejprve buňky podle polohy: buňka  $n$  nechť se nachází v místě  $x_n$ , buňka  $n + 1$  v místě  $x_{n+1}$ . Je-li vzdálenost mezi středy buněk  $l_h$ , potom platí

$$x_{n+1} = x_n + l_h. \quad (12.156)$$

Zvolíme-li počátek v buňce číslo nula, máme

$$x_n = nl_h. \quad (12.157)$$

Rovnice (12.154) a (12.155) přepíšeme jako

$$C_n = a(x_n) e^{\frac{-iEt}{\hbar}}, \quad (12.158)$$

$$Ea(x_n) = E_0 a(x_n) - Aa(x_{n+1}) - Aa(x_{n-1}).$$

S použitím vztahu ( 12.156 ) můžeme druhou rovnici ( 12.158 ) přepsat ve tvaru

$$Ea(x_n) = E_0 a(x_n) - Aa(x_n + l_h) - Aa(x_n - l_h). \quad (12.159)$$

Protože číslo  $l_h$  je velmi malé, můžeme výrazy v závorkách ( 12.159 ) považovat za diferenciály a rovnici ( 12.159 ) řešit jako běžnou lineární diferenciální rovnici s konstantními koeficienty.

Hledejme tedy řešení ve tvaru

$$a(x_n) = e^{ikx_n}. \quad (12.160)$$

Po dosazení do rovnice ( 12.159 ) dostaneme

$$Ea_n = E_0 e^{ikx_n} - Ae^{ik(x_n+l_h)} - Ae^{ik(x_n-l_h)}. \quad (12.161)$$

Celou rovnici můžeme dělit  $e^{ikx_n}$  a máme

$$E = E_0 - Ae^{ikl_h} - Ae^{-ikl_h} = E_0 - 2A \cos(kl_h). \quad (12.162)$$

Při libovolném výběru konstanty  $k$  tedy existuje řešení, jehož energie je určena rovnicí ( 12.162 ). Pro různou volbu  $k$  dostáváme různé energie, takže existuje nekonečný počet řešení. Je to důsledek toho, že jsme vycházeli z předpokladu nekonečného počtu bázových stavů.

Rovnice ( 12.160 ) určuje pro každé  $k$  veličiny  $a(x_n)$ , takže amplitudy  $C_n$  můžeme psát jako

$$C_n = e^{ikx_n} e^{\frac{iEt}{\hbar}}. \quad (12.163)$$

Činitel  $e^{ikx_n}$  představuje závislost amplitud na poloze. Když přecházíme od jedné buňky ke druhé, zjišťujeme, že amplitudy oscilují.

Uvědomme si, že amplituda se chová v prostoru jako komplexní oscilace, tzn. její velikost je stejná ve všech buňkách, ale fáze v daném čase se při přechodu od buňky k buňce mění o hodnotu  $ikl_h$ .

Imaginární část  $C_n$  je oscilující funkcí, ale její fáze je posunuta o  $\pi/2$ .

To znamená, že druhá mocnina absolutní hodnoty (součet druhých mocnin reálné a imaginární části) je stejná pro všechna  $C$ . Zvolíme-li konkrétní  $k$ , dostaneme stacionární stav se stejnou pravděpodobností v libovolné buňce – žádná buňka není preferována. Pouze fáze se mění od buňky k buňce a navíc v závislosti na čase.

Z rovnice ( 12.163 ) je vidět, že reálná a imaginární část amplitudy se šíří cytoprostorem jako vlny

$$\psi_{\text{Re}} = \text{Re} e^{i\left[kx_n - \frac{Et}{\hbar}\right]}, \quad \psi_{\text{Im}} = \text{Im} e^{i\left[kx_n - \frac{Et}{\hbar}\right]}, \quad ( 12.164 )$$

kde směr šíření závisí na znaménku  $k$ .

Z rovnice ( 12.162 ) je zřejmé, že energie může ležet pouze v intervalu od  $E_0 - 2A$  pro  $k = 0$  až po  $E_0 + 2A$  při  $k = \pm \frac{\pi}{l_h}$ . Energie tedy může

nabývat libovolných hodnot z určitého intervalu energií, mimo tento interval ale žádnou. Stačí tedy vzít  $k$  z určité ohraničené oblasti a získáme všechna možná řešení.

Prozkoumejme blíže, co se děje při malých  $k$ , tedy tehdy, když se amplituda při přechodu od jedné buňky ke druhé mění poměrně pomalu. Vybereme si takovou stupnici energií, aby platilo  $E_0 = 2A$ .

Pak se energetické minimum buňky posune na nulovou hodnotu energie. Pro dostatečně malá  $k$  můžeme psát

$$\cos(kl_h) \approx 1 - \frac{k^2 l_h^2}{2} \quad ( 12.165 )$$

a energie ( 12.162 ) přejde na tvar

$$E = Ak^2l_h^2. \quad (12.166)$$

Energie je tedy přímo úměrná kvadrátu vlnového čísla amplitud  $C_n$ . Jak popíšeme celou situaci v případě, že víme, že kvantion s určitou energií je lokalizován v určité oblasti se známou distribucí pravděpodobnosti? Můžeme toho dosáhnout superpozicí několika řešení (12.163), v nichž se hodnoty  $k$  a tedy i energie od sebe nepatrně liší. Amplituda  $C_n$  se bude měnit v závislosti na poloze, neboť jednotlivé členy spolu budou vzájemně interferovat za vzniku vlnového klubka (3.67), pohybujícího se grupovou rychlostí (3.51), kde  $\omega = \frac{E}{\hbar}$ . Namísto  $E$  dosadíme výraz (12.166) a máme

$$v = \frac{2Al_h^2}{\hbar}k. \quad (12.167)$$

Kvantiony se tedy pohybují rychlostí úměrnou charakteristické hodnotě  $k$ . Když z rovnice (12.167) vyjádříme  $k$  a dosadíme do (12.166), dostaneme výraz

$$E = \frac{1}{2}m_{ef}v^2, \quad (12.168)$$

kde

$$m_{ef} = \frac{\hbar^2}{2Al_h^2} \quad (12.169)$$

je konstanta nazývaná **efektivní hmotnost**. Vidíme tedy, že kinetická energie kvantionu je analogická kinetické energii klasické částice. Všiměme si ještě, že

$$p \equiv m_{ef}v = \hbar k, \quad (12.170)$$

což je výraz pro impuls volné částice.

Aplikujme nyní tyto výsledky na celý trojrozměrný cytoprostor. Umístíme-li počátek souřadnic do některé z buněk, můžeme pro všechny buňky cytoprostoru psát

$$x = n_x l_h, \quad y = n_y l_h, \quad z = n_z l_h, \quad (12.171)$$

kde  $n_x, n_y, n_z$  jsou libovolná celá čísla. Podobně jako v jednorozměrném případě se i nyní mohou amplitudy  $C(x, y, z)$  měnit v závislosti na čase. Podle našich předpokladů lze psát Hamiltonovy rovnice jako

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{dC(x, y, z)}{dt} = & E_0 C(x, y, z) - A_x C(x + l_h, y, z) - A_x C(x - l_h, y, z) - \\ & - A_y C(x, y + l_h, z) - A_y C(x, y - l_h, z) - \\ & - A_z C(x, y, z + l_h) - A_z C(x, y, z - l_h). \end{aligned} \quad (12.172)$$

Hledáme opět stacionární stav, v němž se všechna  $C$  mění v závislosti na čase stejným způsobem:

$$C(x, y, z) = e^{-\frac{iEt}{\hbar}} e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)}. \quad (12.173)$$

Dosazením (12.173) do (12.172) dostáváme podmínku pro řešení

$$E = E_0 - 2A_x \cos(k_x l_h) - 2A_y \cos(k_y l_h) - 2A_z \cos(k_z l_h). \quad (12.174)$$

Vlnová čísla  $k_x, k_y, k_z$ , tvoří složky vlnového vektoru  $\mathbf{k}$ , takže rovnici (12.173) můžeme upravit do kompaktní vektorové podoby

$$C(x, y, z) = e^{-\frac{iEt}{\hbar}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}. \quad (12.175)$$

Amplituda se mění jako komplexní rovinná vlna pohybující se v trojrozměrném prostoru ve směru vektoru  $\mathbf{k}$ , s vlnovým číslem

$$k = \left( k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (12.176)$$

Jsou-li všechna tři čísla  $A_x, A_y, A_z$  kladná a  $k$  je malé, potom je závislost  $E = E(\mathbf{k})$  poměrně jednoduchá. Rozvineme-li kosiny tak, jak jsme to udělali v případě (12.166), dostáváme

$$E = E_{\min} + A_x l_h^2 k_x^2 + A_y l_h^2 k_y^2 + A_z l_h^2 k_z^2. \quad (12.177)$$

Uvažujeme-li jednoduchou kubickou mřížku s mřížkovou konstantou  $l_h$ , potom lze očekávat, že

$$A_x = A_y = A_z \equiv A. \quad (12.178)$$

Máme tak

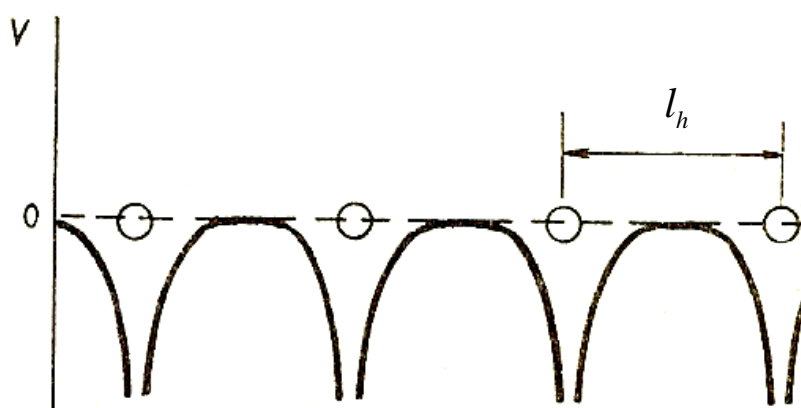
$$E = E_{\min} + A l_h^2 (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = E_{\min} + A l_h^2 k^2 \quad (12.179)$$

Docházíme tedy k závěru, že trojrozměrné vlnové klubko, vytvořené superpozicí mnoha kvantiových stavů s přibližně stejnou energií, se pohybuje cytoprostorem stejně, jako klasická částice s určitou efektivní hmotností obyčejným prázdným prostorem, který je homogenní a izotropní.

Podotkněme ještě, že i při kubické symetrii se koeficienty  $A_x, A_y, A_z$  mohou navzájem lišit, pokud je stav kvantionu v buňkách asymetrický (např. v přítomnosti vnějšího pole). V takovém případě závisí efektivní hmotnost kvantionu lokalizovaného v buňce na směru jeho pohybu. Částice může mít v přítomnosti silového pole např. jinou setrvačnost ve směru  $x$  než ve směru  $z$  – prostor přestává být izotropní. Pro podrobnější popis uvedené situace se zavádí tenzorová veličina zvaná **tenzor efektivní hmotnosti** s jehož pomocí lze přeformulovat např. Einsteinovy rovnice gravitačního pole.

## Pásový model cytoprostoru – Brillouinovy zóny

Kvantion se pohybuje v cytoprostoru v oblasti periodického potenciálu, následkem čehož dochází k difrakčním jevům, jež omezují hybnost kvantionu na jisté oblasti hodnot odpovídající dovoleným energetickým pásům. V rámci této představy tak interakce mezi obsazenými buňkami ovlivňují chování jednotlivých kvantionů nepřímým působením skrze mřížku, kterou tyto interakce vytvářejí.



Obr. 12.26: Potenciální energie kvantionu v periodické struktuře cytoprostorových buněk.

Braggův vztah pro vlnové číslo  $k$  je

$$k = \frac{n\pi}{l_h \sin \vartheta}, \quad (12.180)$$

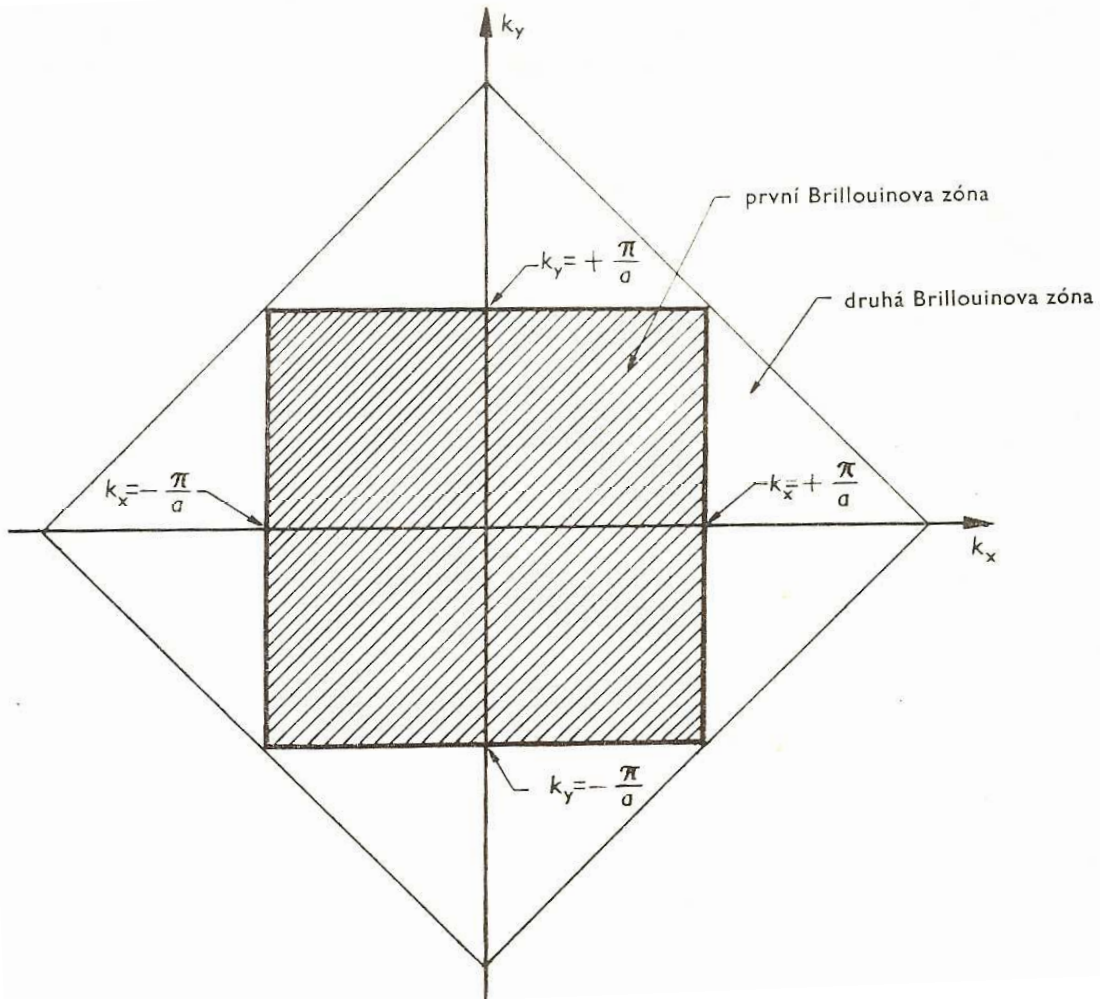
např. k Braggovu odrazu od svislých řad dochází tehdy, když složka

$$k_x = \frac{n\pi}{l_h}, \quad (12.181)$$

apod. Jeli  $k$  menší než  $\pi/l_h$ , může se kvantion volně pohybovat mřížkou v libovolném směru. Při  $k = \pi/l_h$  kvantionům difrakce brání v pohybu ve směru chred a čím vyšší je  $k$ , tím omezenější jsou možné směry pohybu. Pro  $k = \sqrt{2}\pi/l_h$  pak dochází k difrakci kvantionů dokonce i při diagonálním pohybu mřížkou.

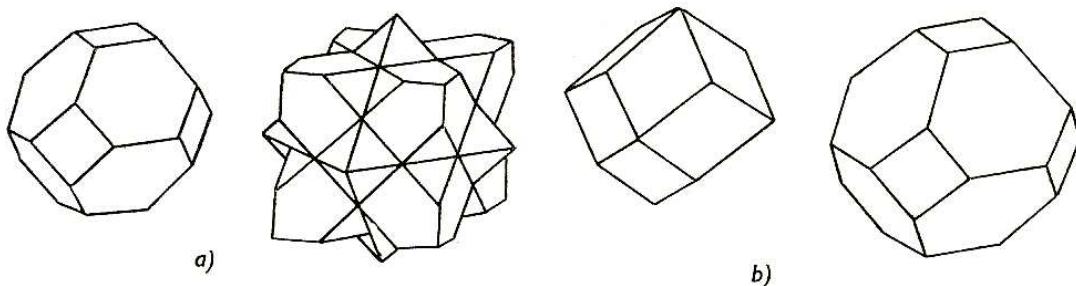






Obr. 12.28: První a druhá Brillouinova zóna dvojrozměrné čtvercové mřížky s obecnou periodou  $a$ .

Rozšíření tohoto rozboru na reálné trojrozměrné struktury pak vede k 3D Brillouinovým zónám znázorněným na obrázku 12.29.



Obr. 12.29 První a druhá Brillouinova zóna  
 a) plošně centrované kubické struktury,  
 b) prostorově centrované kubické struktury.

Všiměme si, že na hranicích Brillouinových zón se kvantiony s vlnovým číslem odpovídajícím této hranici  $k = \pm n\pi/l_h$  efektivně chovají, jako částice s nulovou klidovou hmotností, ačkoliv mohou mít značnou energii. Působením i slabého vnějšího pole se jejich celková energie změní jen málo, ale změna hybnosti bude veliká. Částice v blízkosti Brillouinovy zóny tedy reaguje na působící sílu, jako kdyby měla velmi malou hmotnost.

Záporná efektivní hmota se vyskytuje při vysokém  $k$ , kdy se kvantion nalézá blízko vnější hranice Brillouinovy zóny. Zvětšení energie kvantionu se zde projevuje zvětšením celkové energie mřížky. Vlnové klubko podléhá ve větší míře difrakci a kvantion reaguje na dodávanou energii zmenšením své hybnosti (viz Zoevistianova pohybová tabulka).

Efektivní hmota je tedy kladná ve spodní části energetického pásu, kde zvýšení energie je provázeno zvýšením hybnosti kvantionů, a záporná v horní části pásu, kde je zvýšení energie provázeno poklesem hybnosti.

### Grupová a fázová rychlost sekundární cytorezonance

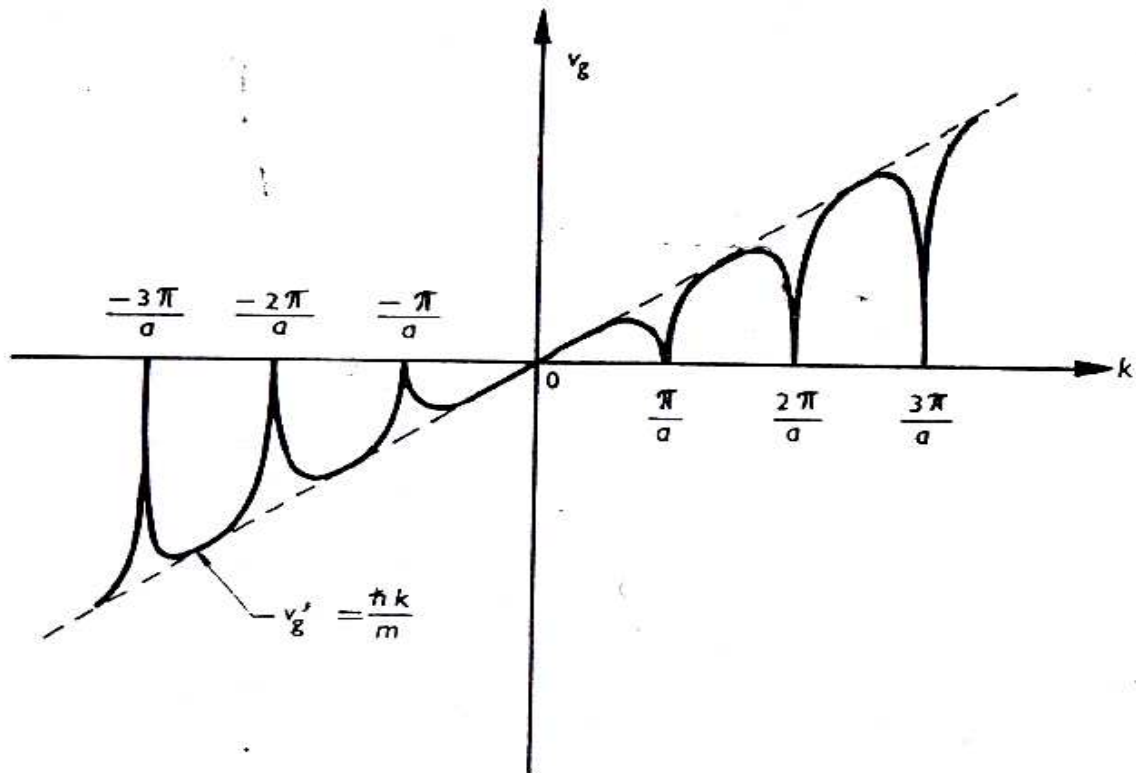
Rychlost vlnového klubka, která je vlnovým ekvivalentem rychlosti částice, je dána vztahem ( 3.51 ), kde

$$\omega = 2\pi k = \frac{E}{\hbar}, \quad ( 12.182 )$$

takže platí

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}. \quad ( 12.183 )$$

Obrázek 12.30 ukazuje závislost  $v_g$  na  $k$  ve směru osy  $x$  u jednoduché čtvercové mřížky.



Obr. 12.30: Grupová rychlost  $v_g$  jako funkce vlnového vektoru  $k$  ve směru  $x$  pro mřížku z obr. 12.28. Přerušovaná čára znázorňuje stejnou závislost pro volnou částici v homogenním prostoru.

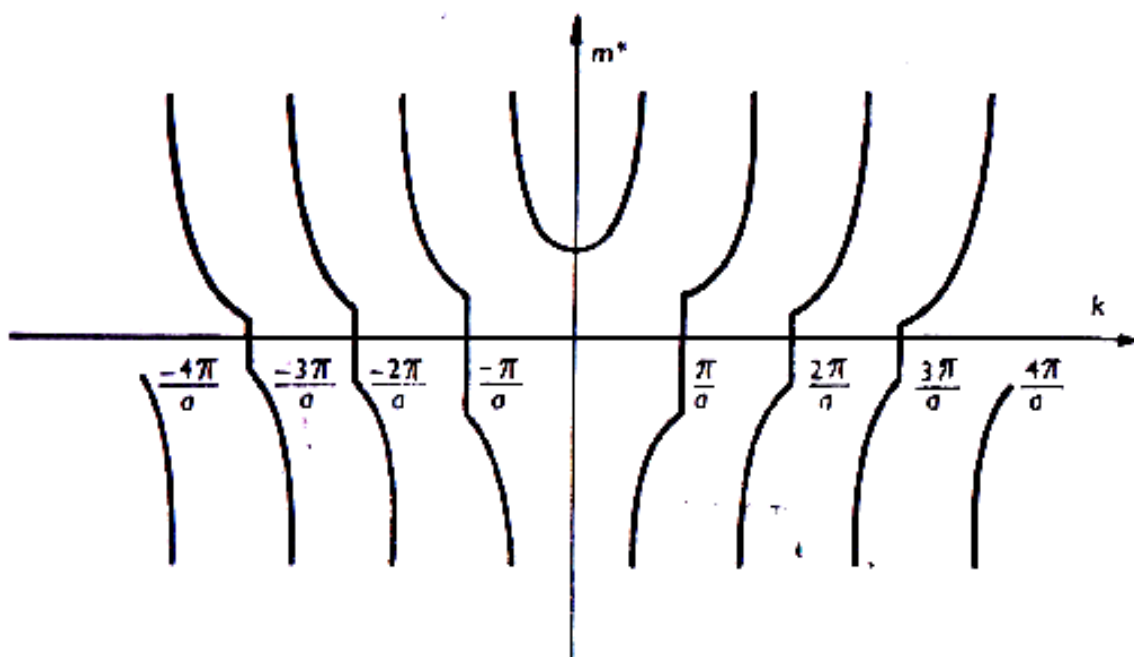
Přerušovaná čára představuje tuto závislost pro volnou částici v homogenním prostoru, kde platí

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{p}{\hbar} = \frac{mv'_g}{\hbar}, \quad (12.184)$$

odkud pro grupovou rychlost takovéto částice plyne

$$v'_g = \frac{\hbar k}{m}. \quad (12.185)$$

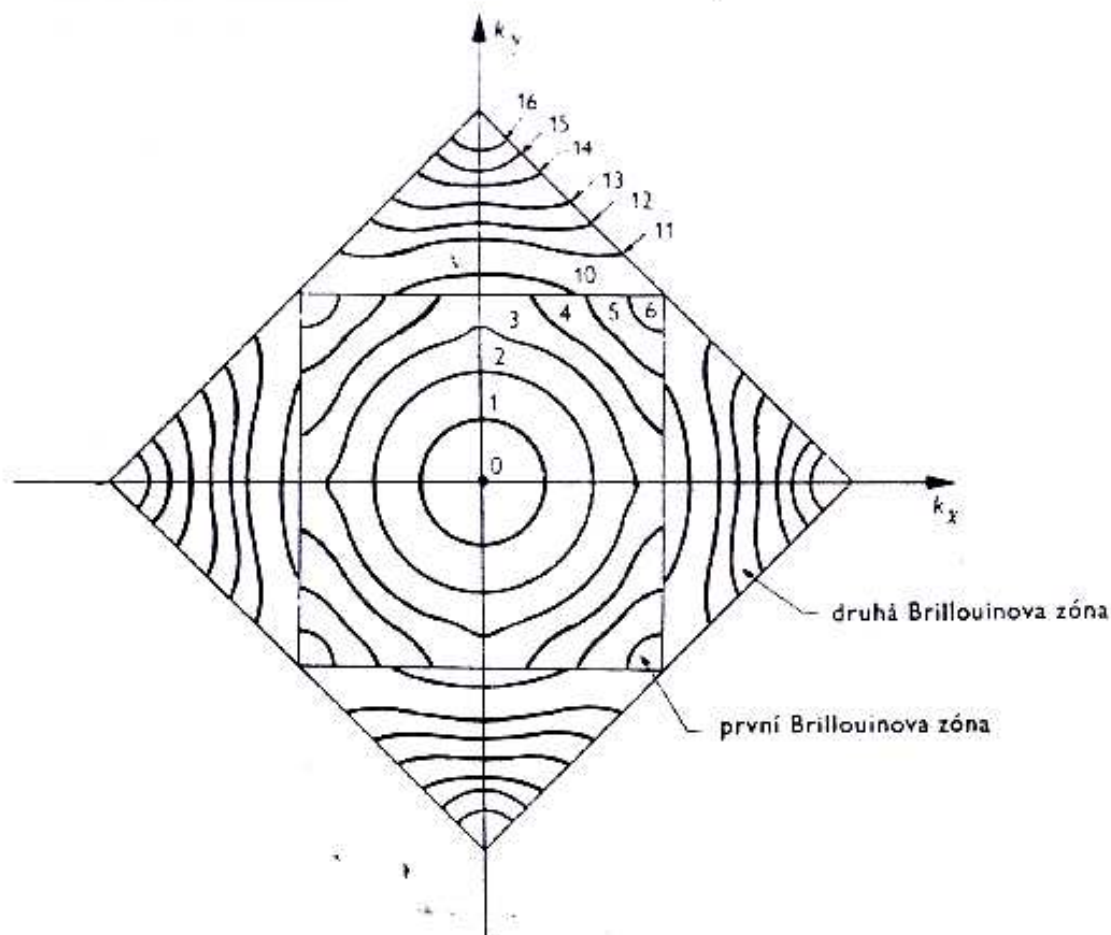
Odchytky  $v_g$  od  $v'_g$  v okolí bodu  $k = \pm n\pi/l_h$  odpovídají odchylkám energie částice uvnitř mřížky od hodnoty  $\frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ , které jsou důsledkem difrakce kvantionových vln periodickou mřížkou. Rovnost  $v_g = 0$  na hranicích Brillouinovy zóny  $k = \pm n\pi/l_h$  plyne z toho, že vlny jsou zde stojaté a reprezentují nehybné částice.



Obr. 12.31: Závislost efektivní hmoty kvantionu pohybujícího se čtvercovou mřížkou, na vlnovém čísle  $k$ .

### Vliv celulární struktury cytoprostoru na pohyb cytonů

Prozkoumejme nyní energii cytonů v každé Brillouinově zóně. Je-li  $k \ll \frac{\pi}{a}$ , kde  $a$  je perioda obsazených (aktivních) buněk cytoprostoru, cyton s mřížkou prakticky neinteraguje. Jelikož energie takového cytonu závisí na  $k^2$ , tvoří ekvienergetické hladiny ve dvourozměrném  $k$ -prostoru prostě kruhy konstantního  $k$ . S rostoucím  $k$  tyto hladiny stále více houstnou a deformují se, neboť čím blíže je cyton hranici Brillouinovy zóny v  $k$ -prostoru, tím blíže je difrakci v reálné mřížce.

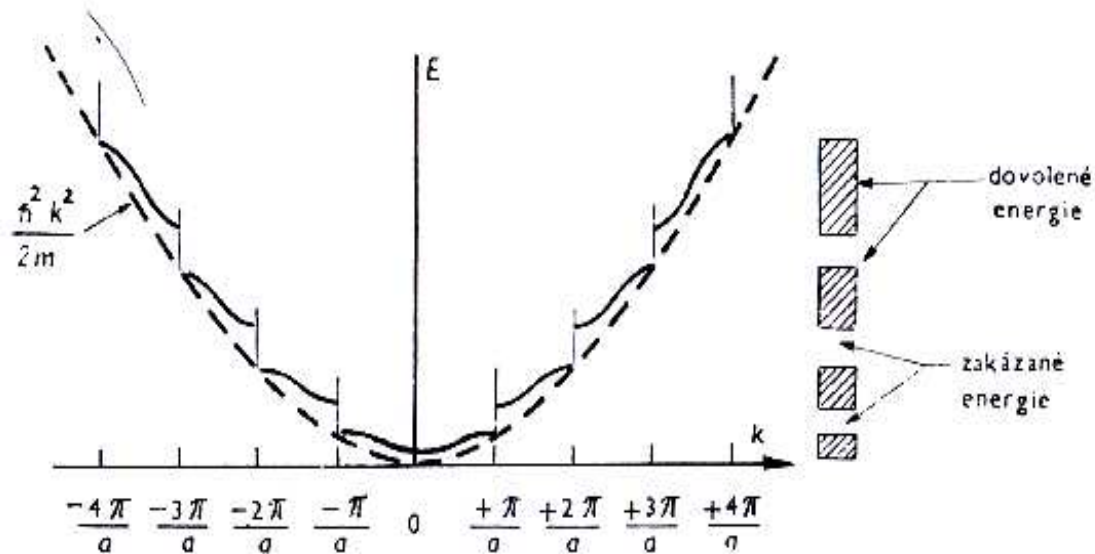


**Obr. 12.32:** Ekvienergetické hladiny v první a druhé Brillouinově zóně čtvercové mřížky

V terminologii částic dochází k difrakci pochopitelně v důsledku interakce cytonu s periodickým útvarem aktivních cytoprostorových buněk. Obr. 12.33 ukazuje závislost  $E$  na  $k$  ve směru  $x$ . Pro  $k \rightarrow \frac{\pi}{a}$

roste  $E$  pomaleji, než v případě volného cytonu (rozuměj, cytonu pohybujícího se prázdným cytoprostorem). V bodě  $k = \frac{\pi}{a}$  má  $E$  dvě

hodnoty, z nichž menší náleží první Brillouinově zóně a větší druhé Brillouinově zóně, mezi nimiž leží určitý zakázaný pás. Tentýž obraz se opakuje, postupujeme-li k vyšším Brillouinovým zónám.



Obr. 12.33: Energie cytonu v závislosti na vlnovém čísle ve směru  $x$ , v porovnání se stejnou závislostí pro prázdný cytoprostor (přerušovaná čára).

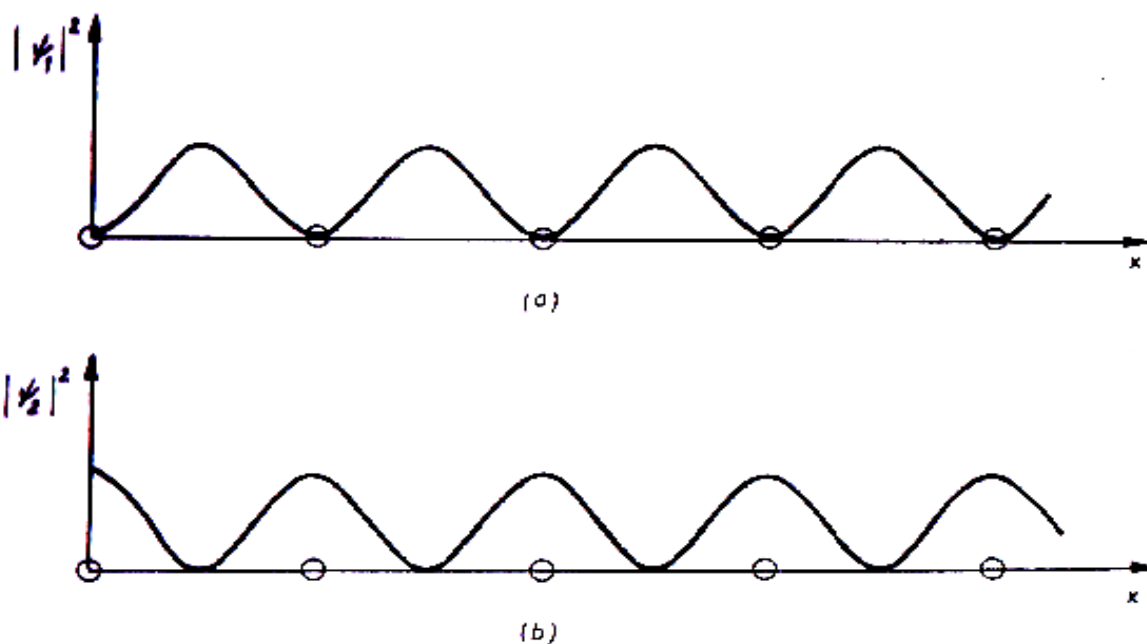
Vysvětlení tohoto jevu je poměrně jednoduché: Při  $k = \pm \frac{\pi}{a}$  nastává

Braggův odraz vln a proto jediným řešením Schrödingerovy rovnice jsou stojaté vlny s vlnovou délkou rovnou periodě mřížky aktivních buněk:

$$\begin{aligned}\psi_1 &= A \sin \frac{\pi x}{a}, \\ \psi_2 &= A \cos \frac{\pi x}{a}.\end{aligned}\tag{12.186}$$

Hustoty pravděpodobnosti  $|\psi_1|^2$ ,  $|\psi_2|^2$  jsou zakresleny na obr. 12.34.

Vidíme, že  $|\psi_1|^2$  má svá minima v aktivních buňkách, zatímco  $|\psi_2|^2$  zde má svá maxima. Potenciál cytonového pole je tedy nejnižší v místě již obsazených buněk. Proto jsou energie  $E_1$ ,  $E_2$  spojené se stojatými vlnami  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  navzájem různé. Při  $k = \pm \frac{\pi}{a}$  nejsou možná žádná jiná řešení, a tedy žádný cyton nemůže mít energii mezi  $E_1$  a  $E_2$ .



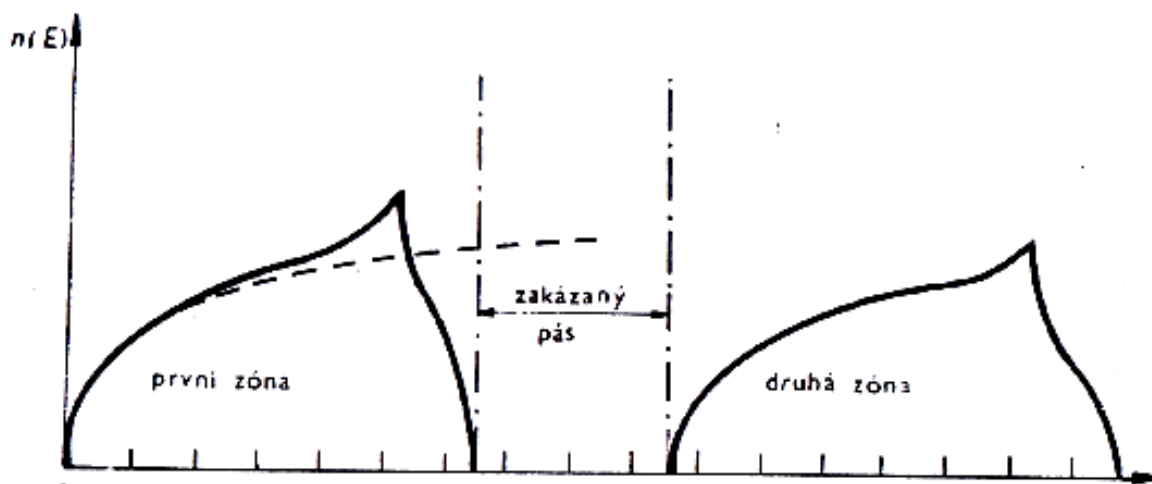
Obr. 12.34: Rozdělení hustoty pravděpodobnosti  $|\psi_1|^2$  a  $|\psi_2|^2$

Obr. 12.35 ukazuje rozdělení cytonových energií odpovídající Brillouinovým zónám na obr. 12.32. Čárkovaná čára odpovídá rozdělení pro cytony v prázdném cytoprostoru. Vidíme, že s rostoucí energií v blízkosti látkových polí, přesahuje počet možných energetických stavů cytonu počet stavů bez přítomnosti těchto polí, což je především důsledek deformace ekvienergetických hladin mřížkou. Pro každou energii totiž existuje více různých hodnot  $k$ . Při

$k = \pm \frac{\pi}{a}$  pak ekvienergetické hladiny dosahují hranic první

Brillouinovy zóny a začíná se projevovat energetický zákaz ve směrech  $k_x, k_y$ , i když ostatní směry jsou stále dovolené. Při dalším zvětšování energie jsou možné energetické stavy cytonů stále více omezeny na rohy zóny a četnost  $n(E)$  postupně klesá až k nule.





Obr. 12.35: Rozdělení energie cytonů v Brillouinových zónách z obr. 12.32, v porovnání se stejným rozdělením pro prázdný cytoprostor (přerušovaná čára).

Ačkoliv mezi sousedními Brillouinovými zónami musí být v libovolném směru zakázaný pás, mohou různé zakázané pásy překrývat pásy dovolených energií v jiných směrech, takže v cytoprostoru jako celku žádný zakázaný pás neexistuje.

### Transakční interpretace Hilbertova prostoru

Zrekapitulujme si krátce základní poznatky o cytoprostoru, které jsme odvodili v předešlé kapitole:

Blandrium, je obří dutý kulovitý útvar obklopující místní kupu vesmírů.

Vnitřní povrch Blandria má tvar krychle (zvané **kubický subchronor**) o hraně cca.  $3 \cdot 10^{27}$  m.

Vnější povrch (tzv. **sférický chronor**) je tvaru koule, jejíž poloměr zhruba odpovídá hraně kubického subchronoru.

Vnitřní struktura Blandria je velmi složitou sítí tzv. **cytorezonančních chreod** – tenounkých vlnodů o průměru Planckovy délky ( $1,6 \cdot 10^{-35}$  m) a délce  $3 \cdot 10^{27}$  m, jimiž se nepředstavitelnými rychlostmi cca.  $6 \cdot 10^{132}$  m · s<sup>-1</sup> pohybují cytorezonanční kvazikvanta – **cytony**.

Cytoprostorová síť připomíná gigantický počítačový procesor, či obří vesmírný mozek běžící na závratné frekvenci  $2 \cdot 10^{105}$  Hz, s operační rychlostí neuvěřitelných  $6 \cdot 10^{146}$  bit · s<sup>-1</sup>.

V prvním přiblížení si můžeme Blandrium představit jako obří duté krychlové zrcadlo. Z něho v prvním vstupu vylétávají s malým fázovým zpožděním 2 cytony na přesně opačných stranách cytoprostoru a míří proti sobě po téže chreodě. Je jasné, že se v určité buňce cytoprostoru srazí a jejich energie dá vznik kvantionu. Jistá zbytková energie z této srážky se ale odrazí zpět k Blandriu – to je známá reliktová cytorezonance. Protože nedošlo ke srážce přesně ve středu cytoprostoru, tyto 2 cytony dorazí zpět k Blandriu s toutéž vzájemnou retardací, jen v opačné fázi. Cyton, který byl vyslán jako první, dolétne nyní jako poslední.

Blandrium vlastně nedělá nic jiného, než že se snaží vytvářet statický vesmír. Chová se tedy jako dokonalý pozorovatel, který svým pozorováním kapky vody na rozpálené plotně způsobí, že se tato nikdy nevypaří (bylo experimentálně dokázáno), neb v důsledku neustálého pozorování nemohou jednotlivé částice v ní měnit svůj kvantový stav (jejich vlnová funkce je obrazně řečeno neustále zkolabovaná a nemůže tudíž měnit kvantový stav částice). Blandrium tak vlastně jen zesiluje příchozí cytony z reliktních na primární a převrací časový sled jejich příchodu a odchodu. Chreoda příchodu při tom vždy odpovídá chreodě následného vyslání.

To by samo o sobě vedlo k absolutně statickému vesmíru se všemi částicemi zamrzými v neměnné poloze na věky ve svých buňkách. Avšak, jak jistě tušíte, je zde ještě ta nezbedná sekundární cytorezonance, alias kvantový potenciál, šířící se izotropně celým cytoprostorem a vytvářející v něm systém potenciálových vrcholků a prohlubní, které mohou ovlivňovat fázi postupu spořádaných cytonů, postupujících po chreodách. Cyton, je na své chreodě střídavě (nepatrně) zpomalován či urychlován v závislosti na tom, zda postupuje v poli sekundárních cytorezonancí (kvantovém potenciálu) ve směru kladného či záporného gradientu. To vede k tomu, že se dříve vyzářené cytony vracejí do Blandria s obecně jinou fází (co do absolutní hodnoty), než byla ta, s níž byly vyzářeny. Protože Blandrium reaguje na základě přijatých reliktových cytonů, vede toto zkreslení příchozí informace k poruchám „vidění“ Blandria, které tak může vystřelit cytony do úplně jiné buňky, než do které střílelo o „okénko“ dříve. Dá se to opět přirovnat k mrkajícimu pozorovateli,

který pozoruje kapku vody na rozpálené plotně. Při každém mrknutí se mu molekuly rozpohybují (zkolabovaná vlnová funkce se obnoví), čímž nakonec nedokáže zabránit varu a vypaření kapky.

Sekundární cytorezonance má na svědomí pohyb částic ve vesmíru. Má toho ale ve skutečnosti na svědomí daleko více. Mějmež shluk hmotných částic a v jeho blízkosti další hmotnou částici. Protože každý kvantion této částice je postupně exponován ve všech 3 osách (chreodách) vedoucích k jeho buňce, bude muset část cytonů procházet přes pole masívní sekundární cytorezonance, kterou budí onen shluk částic opodál. To povede k fázové změně, která způsobí, že každý další obraz naší částice bude naexponován o nějakou tu buňku blíže našemu shluku. To způsobí vznik efektivní síly, která, jako by testovací částici přitahovala k onomu shluku částic (hmotnému tělesu). Dostáváme tak gravitaci (vlastně bez gravitace). Podobně lze modelovat i další druhy polí, pokud ty zdrojové částice navíc třeba ještě roztočíme (přiřadíme jim spiny). Tím získáme silnější a navíc směrově závislé sekundární cytorezonance odpovídající např. elektrickým a magnetickým polím mezi částicemi.

Struny v cytoprostoru vznikají následkem jakéhosi "zhmotňování čau", což je jinak přesně definovaný relativistický jev k němuž dochází na úrovni Planckovy délky následkem aktivace cytoprostorové buňky zásahem dvojice cytonů postupujících vzájemně proti sobě po jedné a téže chreodě (viz konstrukce lineárního, orbitálního a sférického chronoru). Jak již jsme popsali výše, cytony při své pouti cytoprostorem procházejí oblastmi sekundární cytorezonance, která se šíří coby určité zbytkové chvění cytoprostoru z místa srážek dalších cytonů. Fyzikální vlivy sekundární cytorezonance na rychlost primární cytorezonance (šíření cytonů), vede v okolí velkých hmot (zdrojů masívní sekundární cytorezonance) k efektům urychlování a zpomalování rychlosti cytonů. Proti směru šíření sekundární cytorezonance se cytony zpomalují, po směru naopak urychlují. Výsledkem je skutečnost, že když umístíme hmotnou částici do blízkosti hmoty, bude docházet k posunu fáze vektoru cytonové parity cytonů letících směrem od hmoty směrem dopředu a zároveň zpomalování (posunu fáze vektoru cytonové parity směrem dozadu) cytonů letících ve směru opačném. Ke srážkám

cytonů generujícím tuto částici, tedy dochází ve stále menší vzdálenosti od oné hmoty – částice začne na hmotu volně padat. Protože cytoprostorové chreody tvoří ve skutečnosti prostorovou mřížku, je každá cytoprostorová buňka aktivována postupně ze všech tří směrů a proto to může fungovat. Pro úplnost je třeba ještě dodat, že charakter sekundární cytorezonance je velmi složitý a závisí nejen na vibračních módech strun, jako je tomu u gravitace, ale rovněž na rotačních módech. Jak již bylo řečeno výše, krom přitažlivých sil tak můžeme v cytoprostoru poměrně snadno modelovat i síly odpudivé.

Dá se ale i ukázat, že sama pohybující se částice ve svém okolí budí nehomogenní pole sekundární cytorezonance (kvantovou vlnu), která sama způsobuje fázový posun primárních a reliktových cytonů, takže dokonale zmatené Blandrium, ač se vehementně „snaží“ udržet částici v klidu, pokaždé ji zase nastřelí o nějakou tu buňku dál dopředu. To efektivně vede k setrvačnému pohybu a případné odporové síle vůči jeho změně (setrvačné síle). Dostáváme tak jedním rázem též Machův princip.

### **Čas z hlediska dynamické teorie cytoprostoru**

Pro nalezení odpovědi na otázku fyzikální podstaty času, si nejprve musíme odpovědět na zdánlivě triviální otázku, proč se mohou tělesa v prostoru pohybovat, jinými slovy, proč mohou částice měnit svůj kvantový stav.

Když elektron v excitovaném atomu přeskakuje z hladiny na hladinu, není to tak, že by se vyskytoval (jak energeticky tak prostorově) spojitě ve všech mezistavech existujících mezi oběma hladinami. Mezi hladinami má totiž vlnová funkce (udávající pravděpodobnost jeho nalezení/výskytu) nulu. Přejít, doprovázený vyzářením (pohlcením) fotonu o energii rozdílu hladin, tedy vypadá tak, že elektron na jedné hladině jednoduše přestane existovat a na druhé hladině se objeví.

Již před stoletím se podařilo nalézt transformační vztahy popisující správně, jak se transformuje čtyřrozměrný prostoročas v závislosti na rychlosti soustav (Minkowského metrika). Na čas tedy nelze nahlížet jako na něco, co si vymysleli lidé aby nezapomněli kdy jít na oběd a

co si plyne nezávisle na fyzikálních dějích v něm. Čas je těmito ději (např. přítomností gravitačního i dalších polí) zpětnovazebně ovlivněn. Čas je tedy úplně stejně fyzikální jako elektrický proud nebo teplo a je ovlivnitelný fyzikálními ději v něm probíhajícími.

Dle OTR nelze bez hmoty dost dobře zavést ani čas, ani prostor. V moderních teoriích gravitace se navíc ukazuje, že nejen že je prostor a čas závislý na hmotě (a jejích pohybech), ale sama hmota je jakýmsi způsobem zpětně vytvořena z prostoru a času. Jak se ukázalo, největší problém fyziky 20. století tkvěl v představě spojitého prostoročasu, kde i rozměry o velikosti geometrického bodu mají svůj význam. Nejen gravitace, jakožto síla, jejímž charakterem jsou lokální odchylky v prostoročasové metrice (zakřivení geometrie prostoročasu) se ukázala být na tento mylný popis prostoročasového kontinua velmi citlivá, ale i popis ostatních interakcí je závislý na této nesprávné představě pozadí. Kvantová teorie ukázala, že energii lze předávat či odebrat hmotě pouze po kvantech. OTR pak dokázala, že i gravitační vlny odnášejí přesně vypočitatelnou energii. Na základě představy spojitého prostoročasu se však dosud nedařilo tuto energii ve vlně nějak lokalizovat ani kvantovat (přiřadit příslušné kvantové operátory). Vše se změnilo, když Abhay Ashtekar se svými spolupracovníky v 80. letech minulého století vytvořil teorii, podle které existují atomy samotného prostoročasu. V desáté kapitole jsme si ukázali, že ve smyčkové kvantové gravitaci se prostor a čas kvantují a z nepatrných kvant prostoru a času je zde vytvořena tzv. spinová pěna sestávající ze skutečně „hmatatelných“ atomů prostoročasu, jejichž projevy (např. na rychlost šíření světelných paprsků) jsme již dnes schopni měřit.

Čas není jen způsob vyjádření pohybu již existujících částic uvnitř již existujícího prostoru. Čas je entita, která je samou podstatou těchto částic (podstatou energie a jejích kvant) a stejně tak je zcela určující pro formování prostoru. Zároveň je však energetickými strukturami, které sám vytváří, zpětně ovlivňován a tvarován. Popis přírody v jazyku, kde již prostor a čas nejsou redukovatelné na nekonečně malé body, ale jsou tvořeny dále nedělitelnými atomy, vedl k revoluci v možnostech kvantového popisu gravitace a lepšímu porozumění tomu, co se děje ve středu černých děr, proč se černé díry vypařují a jak vlastně vznikl vesmír. Periodická struktura prostoročasu sestávajícího

z drobných atomů prostoru a času (tzv. spinové pěny) pak vedla k předpovědi, že i v absolutním vakuu by se fotony různých energií měly pohybovat nepatrně různými rychlostmi, podobně, jako když se foton pohybuje v periodické struktuře rezonátorů – ty mohou být tvořeny buď rezonančními dutinami ve vakuu (magnetron, klystron, permaktron, linac), nebo atomy tvořícími látkové prostředí a podle předpovědi smyčkové kvantové gravitace také i periodickým uspořádáním atomů prostoročasu.

Struny v cytoprostoru vznikají následkem jakéhosi "zhmotňování čau", což je jinak přesně definovaný kvantově - relativistický jev k němuž dochází na úrovni Planckovy délky následkem aktivace cytoprostorové buňky zásahem dvojice cytonů postupujících vzájemně proti sobě po jedné a téže chreodě (viz konstrukce lineárního, orbitálního a sférického chronoru). Jak již bylo popsáno výše, cytony při své pouti cytoprostorem procházejí oblastmi sekundární cytorezonance, která se šíří coby jisté zbytkové chvění cytoprostoru z místa srážek dalších cytonů. Fyzikální vlivy sekundární cytorezonance na rychlost primární cytorezonance (šíření cytonů), které jsem popsal rovněž výše, vedou v okolí velkých hmot (zdrojů masívní sekundární cytorezonance) k efektům urychlování a zpomalování rychlosti cytonů. Proti směru šíření sekundární cytorezonance se cytony urychlují, po směru naopak zpomalují. Výsledkem je skutečnost, že když umístíte hmotnou částici do blízkosti hmoty, bude docházet k posunu fáze vektoru cytonové parity cytonů letících směrem od hmoty směrem zpátky a zároveň urychlování (posunu fáze vektoru cytonové parity směrem dopředu) cytonů letících ve směru opačném. Ke srážkám cytonů generujícím tuto částici, tedy dochází ve stále menší vzdálenosti od oné hmoty – částice začne na hmotu volně padat. Protože cytoprostorové chreody tvoří ve skutečnosti prostorovou mřížku, je každá cytoprostorová buňka aktivována postupně ze všech tří směrů, což umožňuje fungování tohoto modelu i v třírozměrném prostoru. Pro úplnost je třeba ještě zopakovat, že celkový charakter sekundární cytorezonance je velmi komplikovaný a závisí nejen na vibračních módech stun, jako je tomu u gravitace, ale rovněž na rotačních módech. Jak jsme byli svědky, krom přitažlivých sil tak můžeme v cytoprostoru poměrně snadno modelovat i síly odpudivé.

## Vznik síly v Cytoprostoru

### a) elektromagnetická interakce

Každá částice složená z kvantionů, obsahuje za každý kvantion jeden vektor majoritní orientace sekundární cytoresonance.

V nenabitých částicích jsou všechny vektory majoritní orientace sekundární cytoresonance rozmístěny chaoticky, což znamená, že se navzájem významně ruší.

Jinak tomu ovšem je u částic nabitých.

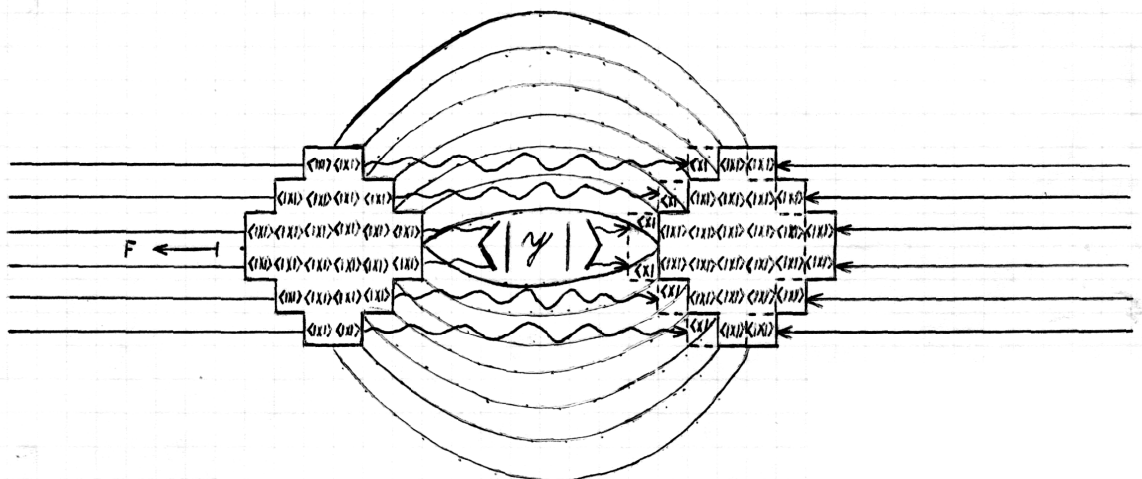
Nejmenší takovouto částicí je nejlehčí z rodiny elektricky nabitých leptonů – elektron.

U něho poprvé narážíme na pojem pole, jehož úplný model a popis, patří k největším triumfům nestacionární teorie cytoprostoru.

Elektromagnetická interakce je důsledkem jisté převahy stejných vektorů majoritní orientace sekundární cytoresonance, tj. vektorů ortogonálních na srážkové braketě ve vyšetřované doméně, která se tak stává zdrojem pole.

Jestliže k sobě dostatečně přiblížíme dvě takovéto domény, a to nesouhlasnými póly, (viz obr. 12.36), vytvoříme dva vzájemně opačné vektory sekundární cytoresonance, které dají vznik braketu sekundární cytoresonance.

Obr. 12.36



Oblast působení tohoto braketu rezonuje nejbouřlivěji právě v blízkosti naší hypergeupy.

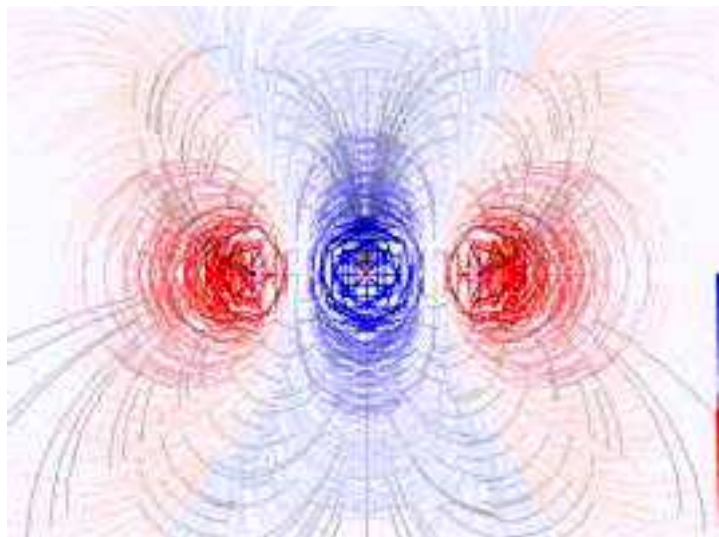
Sekundární cytorezonance je zde natolik intenzivní, že se její výrazný útlum dostaví až ve vzdálenosti od  $\langle y|y \rangle$ , která převyšuje průměr zdrojových domén.

Z obrázku 12.36 je patrné, že dráha cytonu, procházejícího touto oblastí sekundární cytorezonance, bude výrazně pozměněna, zatímco paracyton přicházející z opačné strany, se ze své chreody vychyluje jen minimálně.

To má za následek zpomalení cytonu, jehož srážka s paracytonem se tak uskuteční poněkud blíže braketu  $\langle y|y \rangle$ , než kdyby sekundární cytorezonance nebylo.

Výsledkem tohoto procesu je plynulá translace domén vůči sobě. Částice se tedy přitahují, resp. odpuzují v důsledku rozdílné hustoty antionu na jejich pólech.

Obr. 12.37

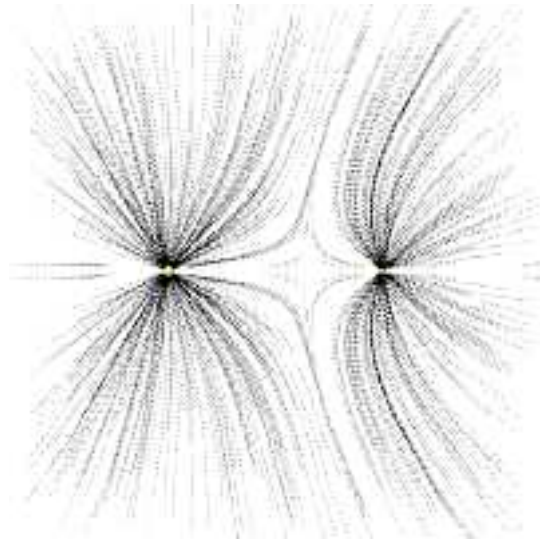


Potenciální dilatace času s tím spojená je zdrojem již zmíněné translace domén ve směru  $\langle x|$ , která však může být kompenzována spolu se sekundární cytorezonancí braketu  $\langle y|y \rangle$ , je-li přítomna síla  $\mathbf{F}$ , vytvářející ket  $|x \rangle$  interagující s bra  $\langle x|$  translahované domény při znovuoobnovení  $\langle x|x \rangle$  a následné anihilaci  $\langle y|y \rangle$  sekundární cytorezonance. Tento proces je pochopitelně pouze dočasný. Po obnovení braketu  $\langle x|x \rangle$  tento velmi záhy opět anihiluje za opětovného vzniku vektoru  $\langle x|$  a  $\langle y|y \rangle$ .



V zápětí však opět začíná působit ket  $|x\rangle$  a celý výše popsaný proces (který má za následek, že částice ve vesmíru dokážou navzájem držet pohromadě aniž by od sebe samovolně odpadly nebo se zhroutily jedna do druhé) se opakuje a to mnohamiliardkrát za sekundu. Zdrojem síly a s ní spojeného pohybu, jsou tedy ve skutečnosti rozdíly v hustotě toku času na různých místech prostoru. Podobné mechanismy působí rovněž při odpuzování částic. Podívejme se nejprve na obrázek 12.38, znázorňující siločáry pole sekundární cytorezonance dvou souhlasných nábojů.

Obr. 12.38



Nejprve je třeba zavést vhodný Hilbertův prostor cytonové parity. Tento prostor je popsán bilineární formou  $\langle x|\bar{x}\rangle$  která automaticky definuje polaritu.

Cyton  $x$  můžeme rozlišit od paracytonu  $\bar{x}$  právě a pouze dle hodnoty interhypergrupární bariéry jejich tunelového efektu.

Jak je zřejmé z obrázku 12.38, vytváří okolo sebe souhlasné náboje slabou sekundární cytorezonanci, která je nutí expandovat.

Suma braketů

$$\sum_{i,j}^n (\langle x|\bar{x}\rangle_i + \langle \bar{x}|x\rangle_j) \quad (12.187)$$

vytváří mezi náboji tzv. mrtvou zónu sekundární cytorezonance, což má za důsledek orientované odpuzování těchto nábojů

$$\begin{aligned} \langle x | \bar{x} \rangle &\rightarrow \langle x |, \\ \langle \bar{x} | x \rangle &\rightarrow | x \rangle. \end{aligned} \quad ( 12.188 )$$

Kmitáním elektrických nábojů v cytoprostoru se vytvářejí vlny sekundární cytorezonance (elektromagnetické vlny) v souladu s Maxwellovou elektrodynamikou. Tyto vlny se pohybují prostorem formou postupujících oscilací interhypergrupární bariéry.

Důsledkem je silné potlačení cytorezonančního útlumu pro tyto vlny (podobně, jako se vlny primární a sekundární cytorezonance šíří po chreodě jako solitony) a možnost interakce energoclusterů cytorezonančních vln (fotonů) s látkou.

**Energoclustery** nazýváme ty oblasti vln sekundární cytorezonance, u nichž je interhypergrupární bariéra s naší hypergrupou blízka nule.

Energoclustery (obvykle zaujímají několik kvintiliard cytoprostorových buněk) v interakci s hmotnými částicemi vykazují korpuskulární povahu – viz fotoefekt. Elmag. vlny mohou také zpětně působit na své zdroje. Např. elektrický náboj elektronu se v elmag. poli roztočí (spin) zatímco impulsmoment elektronu zůstává nulový. Braket cytonové parity elektronu tedy v elmag. poli rotuje.

### **Kvantová podstata fotonů**

Fotony tvoří základ našeho popisu toho, kterak látka (složená z hmotných částic) dokáže emitovat a nebo přijímat elektromagnetickou energii. Tak např. v atomech jsou energetické hladiny diskrétní a tedy i elektromagnetická energie, kterou atomy mohou ztrácet a opět přijímat, může být také jen diskrétní. Tato kvanta elektromagnetické energie jsou právě fotony. Ve vakuu, tedy mimo interakci s látkou, ale foton samozřejmě nikdy nikdo nepozoroval. Dokonce i KTP popisuje distribuci energie ve volně se šířící elmag. vlně dosti neurčitě – foton je jakoby všude a zároveň nikde.

Pro dlouhé vlnové délky navíc nastává u fotonů problém v tom, že látka už není schopna tak malé energie přijímat ani vysílat po kvantech, takže např. pro kilometrové vlny, bude stále obtížnější je

vytvořit tak, aby každá z nich nesla jen jediné kvantum energie a stejně tak bude problém takovou vlnu donutit, aby někde v látce vyvolala nějaký bodový efekt pohlcení onoho jediného fotonu.

Ve skutečnosti je foton berličkou, kterou si zavedli fyzikové k tomu, aby byli schopni lépe uchopit experimentálně průkazný fakt, že látka za jistých podmínek vyzařuje a pohlcuje elmag. energii po kvantech úměrných frekvenci. To ale ve skutečnosti neznamená nic jiného, než že elmag. pole uvnitř látky dokáže kreovat fermionové páry (je to konec konců odvoditelné ze základních zákonů zachování – elmag. pole ve vakuu žádné páry vytvořit nemůže). Tvorba elektron – pozitronového páru je známá již mnoho let. Krom elektron – pozitronových párů mohou v látce stejně tak dobře vznikat i kvark – antikvarkové, preon – antipreonové, či dokonce parton – antipartonové páry, které již zjemní čárové spektrum emitovaných fotonů natolik, že se našim spektrometrům, (které sotva rozliší rozdíl 1 Hz u RTG záření na frekvenci  $10^{20}$  Hz) jeví jako spojitě Comptonovské kontinuum. Přitom je balíček energie nesené polem předán spektrometru teprve v látkovém prostředí, kde jediné je elmag. vlna schopna kreovat pár. Všude jinde (ve vakuu) se elmag. energie může nerušeně šířit spojitě, v nekvantované formě, jako spojitě vlnění popisované Maxwellovou elektrodynamikou.

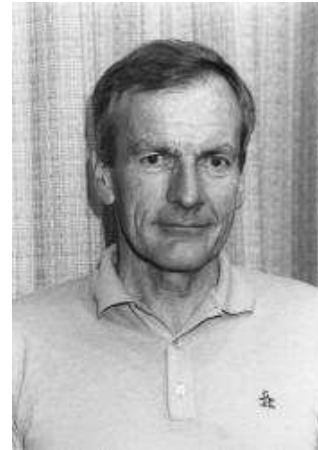
### **Základy mřížkové KTP**

V mnoha případech se vlastnosti magnetických materiálů zkoumají za pomoci tzv. mřížových modelů. Jde o jednoduchý systém, ve kterém jsou ve vrcholech pravidelné mříže lokalizovány magnetické momenty (zpravidla spiny). Ty podle určitého předpisu interagují s nejbližšími sousedy. První takový model vzniknul již v roce 1925. Od té doby se mřížové modely magnetik velmi rozšířily. Ukázalo se, že s jejich pomocí lze zjišťovat nejen chování různých magnetických materiálů, ale i na první pohled poněkud odlišných systémů, například plynů, plazmatu a nebo chování kvarků uvnitř nukleonu. Statistické chování mřížových modelů se velmi často modeluje na základě Monte Carlo metod.

## Isingův - Pottsův model – nejjednodušší mřížkové modely



**Ernst Ising (1900 – 1998)**



**Renfrey Burnard Potts (1925 – 2005)**



**Lars Onsager (1903–1976)**



**Pierre Curie (1859 – 1906)**

Nejjednodušší model pochází již z 20. let minulého století. Jde o soustavu spinů na mříži, z nichž každý může mít jen dva stavy (například nahoru a dolů nebo  $+1$  a  $-1$ ). Dva sousední spiny k celkové energii přispívají hodnotou  $E = -Js_1s_2$ , kde spiny  $s_1$  a  $s_2$  mohou nabývat  $+1$  nebo  $-1$ . Při nízké teplotě jsou preferovány stavy s co možná nejnižší energií, tedy pro  $J > 0$  je preferováno rovnoběžné uspořádání spinů (feromagnetikum) a pro  $J < 0$  střídající se spiny (antiferomagnetikum). Úlohu v jedné dimenzi analyticky vyřešil v rámci své disertační práce Ernst Ising v roce 1925. Ukázal, že v lineárním řetězci spinů nedochází k žádnému fázovému přechodu. Ve dvou dimenzích (spiny na plošné mříži) našel řešení Lars Onsager v roce 1944. Zde dochází při určité teplotě  $T_C$  k typickému Curieovu přechodu. Při teplotách nižších než  $T_C$  se tvoří domény shodně

orientovaných spinů. Systém se chová feromagneticky. Při absolutní nule jedna z domén převládne a zaujme celý prostor. Při teplotách vyšších, než je  $T_C$ , jsou spiny rozmístěny chaoticky a střední magnetizace je velmi nízká. Přechod mezi oběma fázemi má charakter fázového přechodu druhého druhu (k přechodu není třeba latentní teplo, magnetizace je spojitou funkcí teploty, susceptibilita má skok).

Přestože je Isingův model feromagnetik velmi jednoduchý a popisuje feromagnetika jen přibližně, má velký význam jako takový. Snadno lze ukázat, že systém je ekvivalentní statistickému modelu pohybu atomů, ve kterém vrchol mříže buď atom obsahuje, či nikoli (tzv. mřížový plyn). Ze dvou lineárních Isingových řetězců je možné spárovat tzv. kvantový žebřík a studovat na něm uvěznění kvarků, ve vyšších dimenzích je možné simulovat vlastnosti některých typů strun nebo zkoumat vlastnosti renormalizace kvantových teorií. Poněkud paradoxně tak strunoví teoretici s vděkem sahají po modelech s diskrétní metrikou, aby byli schopni provádět předpovědi.

Nejjednodušším zobecněním Isingova modelu je Pottsův model, ve kterém mohou spiny mít  $Q$  různých hodnot (mířit  $Q$  směry, tzv.  $Q$ -stavový model). Interakční předpis pro dva sousední spiny zůstává obdobný, výsledkem je  $-J$ , pokud jsou sousední spiny shodně orientované a nula, pokud různě. Opět je tedy při nízké teplotě zjevná preference souhlasných stavů a dochází k tvorbě domén. Za vysokých teplot jsou spiny uspořádány chaoticky, mezi oběma fázemi existuje Curieův fázový přechod, obdobně jako u Isingova modelu. Model je pojmenován podle australského fyzika Renfreyho Pottse.



Obr. 12.39: Dvozměrný osmistavový Pottsův model, nízkoteplotní fáze s doménami.

## Složitější modely

### $Z_Q$ model

Jedná se opět o  $Q$ -stavový dvozměrný model, v němž spiny můžeme charakterizovat diskrétními úhly. Interakční energie nejblížešších sousedů je dána formulí  $E = -J \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$ . Model má pro velká  $Q$  tři fáze: Nízkoteplotní uspořádanou fázi s charakteristickými doménami, dále „soft“ fázi při středních teplotách, při které se sousední spiny svou orientací liší jen velmi málo. Vznikají charakteristické víry spinů nebo spinové vlny. Další fází je vysokoteplotní chaotická fáze. Fázový přechod z nízkoteplotní fáze k „soft“ fázi se nazývá Curieův přechod ( $T_C$ ), fázový přechod ze „soft“ fáze do vysokoteplotní

neuspořádané fáze se nazývá Kosterlitzův-Thoulessův přechod ( $T_K$ ). Jde o přechod, při kterém je spojitá susceptibilita (na rozdíl od přechodů druhého druhu).

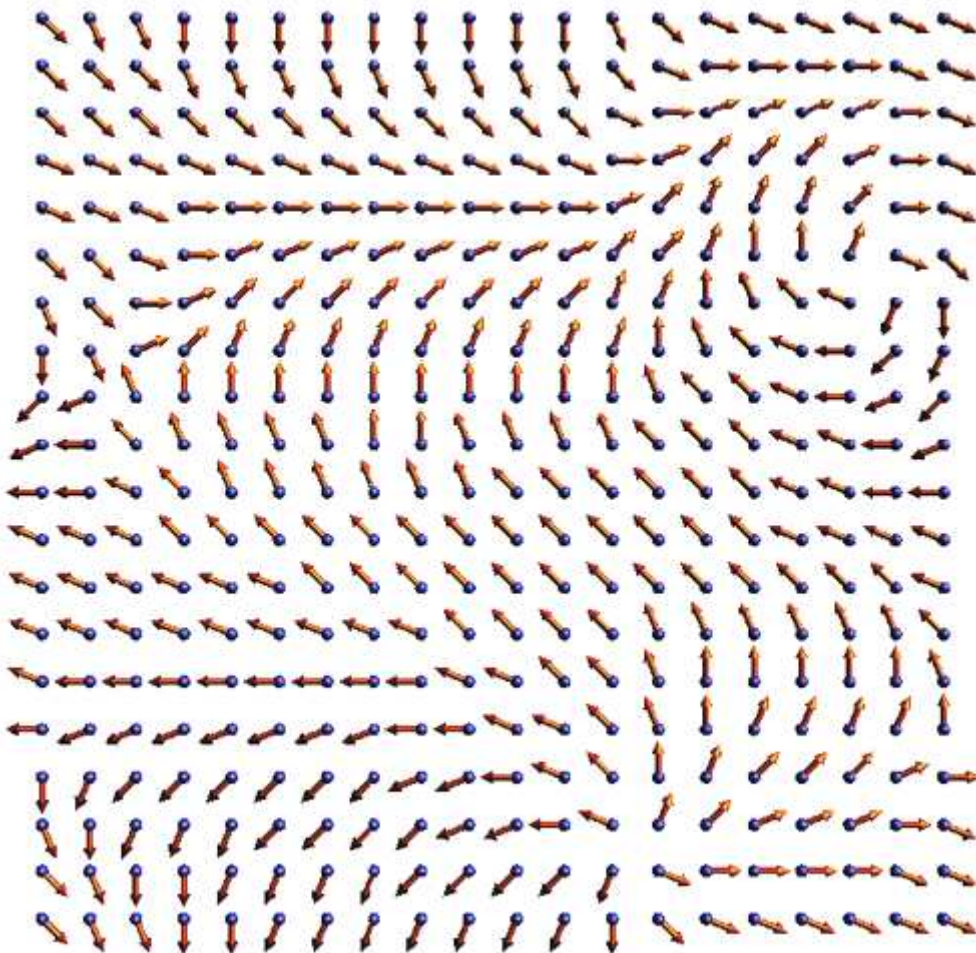


**John Michael Kosterlitz (1944)**



**David James Thouless (1934)**

Ke ztrátě kvaziuspořádanosti při přechodu ze „soft“ do chaotické fáze dochází díky příčným fluktuacím neboli tzv. Goldstoneovým módům. Přechod opačným směrem (od neuspořádané ke kvaziuspořádané „soft“ fázi) lze chápat jako narušení rotační symetrie, při kterém se objeví Goldstoneovy módy fluktuací. Přechod je nazván podle amerického fyzika Johna Michaela Kosterlitze a skotského fyzika Davida Thoulesse.

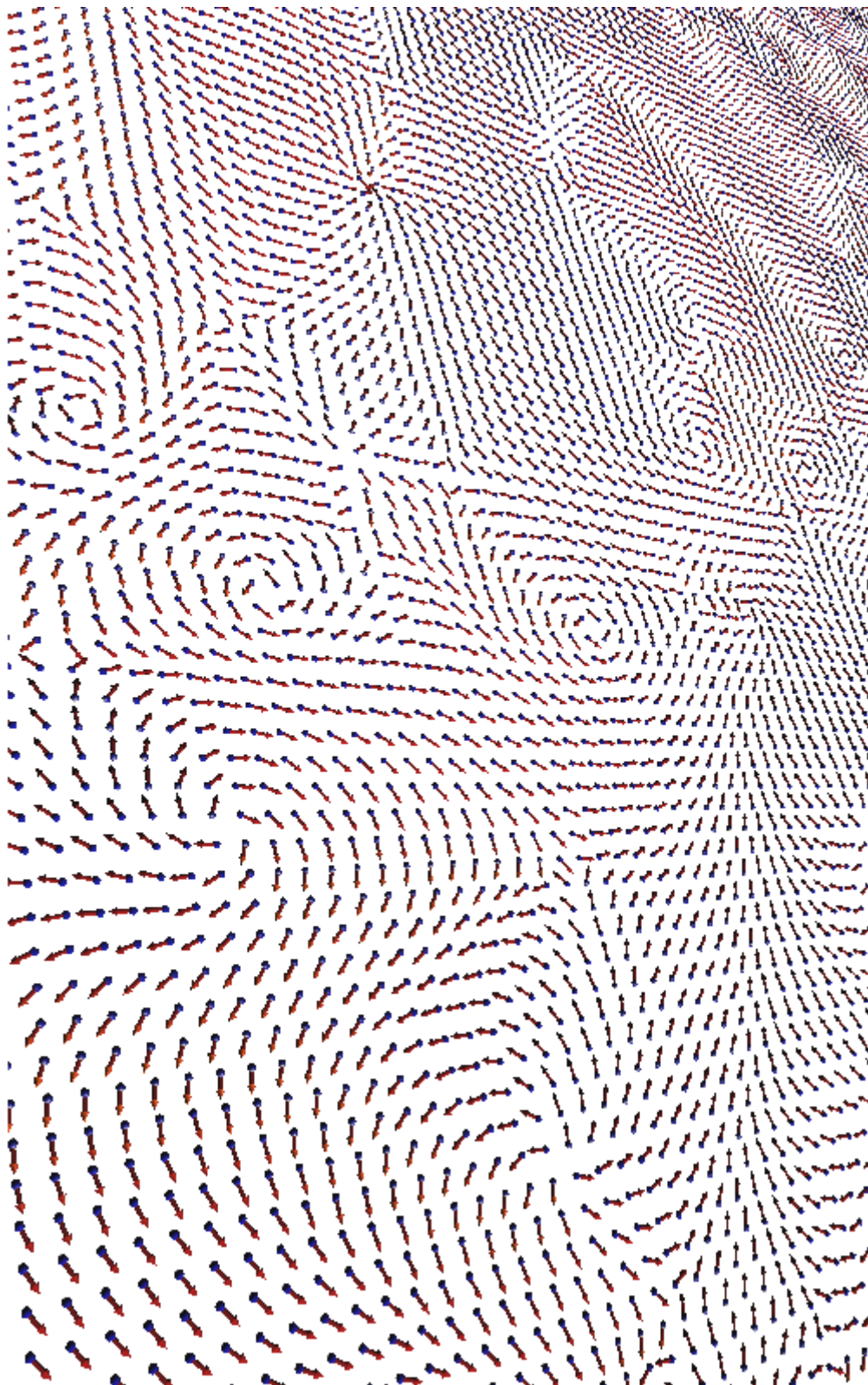


Obr. 12.40: „Soft“ fáze v  $Z_{16}$  modelu.

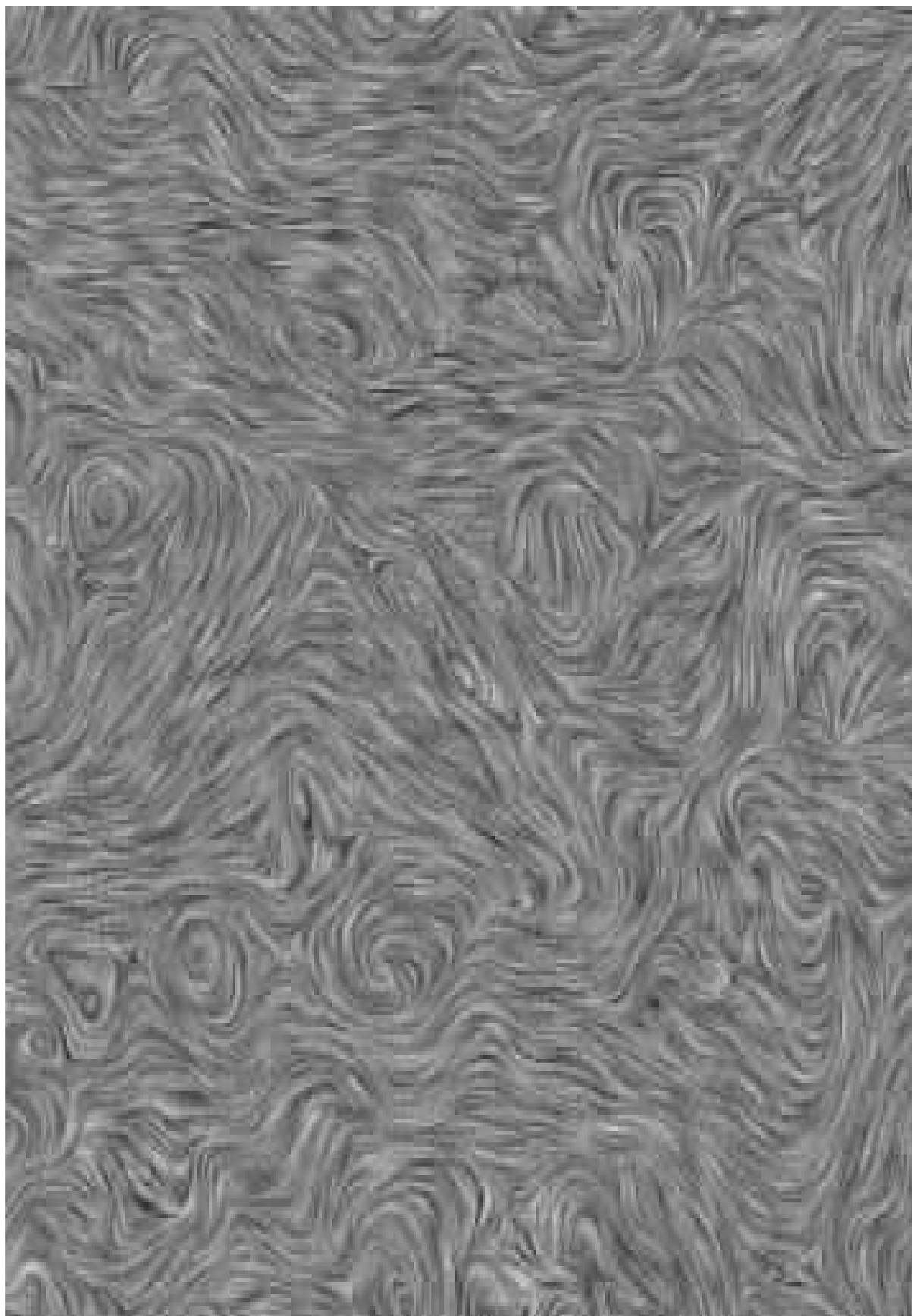
## Heisenbergův model a XY model

Jde o spojité modely, které připouštějí veškeré orientace spinů. Energetický předpis je stejný, jako u  $Z_Q$  modelu, ale spiny mohou mít libovolnou orientaci. Třírozměrná varianta se nazývá Heisenbergův model, dvojrozměrná varianta se nazývá XY model. Modely mají jen dvě fáze: pro nízkoteplotní „soft“ fázi jsou charakteristické dvojice vírů a spinové vlny; vysokoteplotní fáze má spiny orientovány chaoticky. Obě fáze jsou oddělené Kosterlitzovým - Thoulessovým přechodem. Materiály popisované Heisenbergovým modelem nemají fázi s doménami. K Heisenbergovým magnetům patří například materiál označovaný GSO s chemickým složením  $Gd_2Sn_2O_7$ .

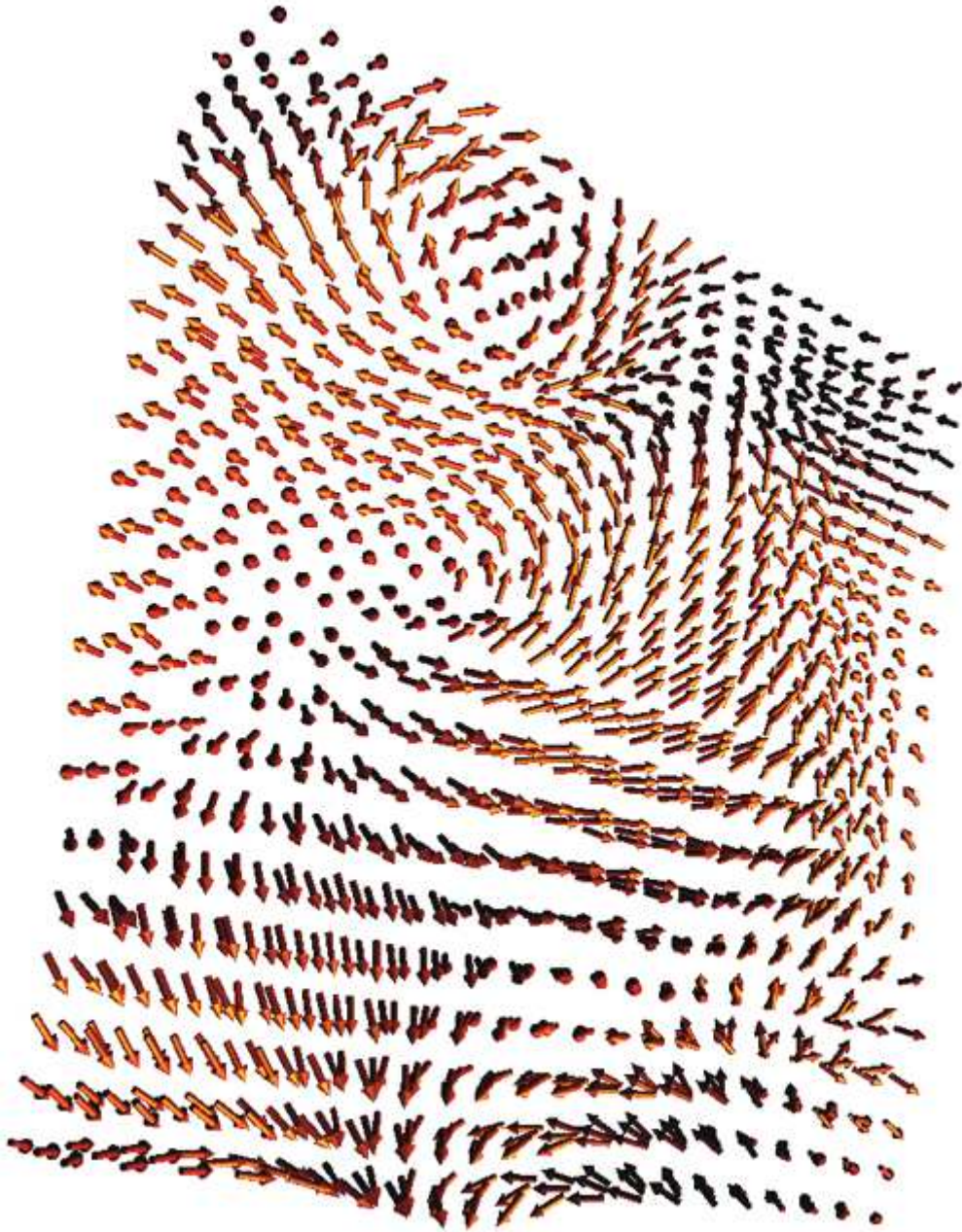




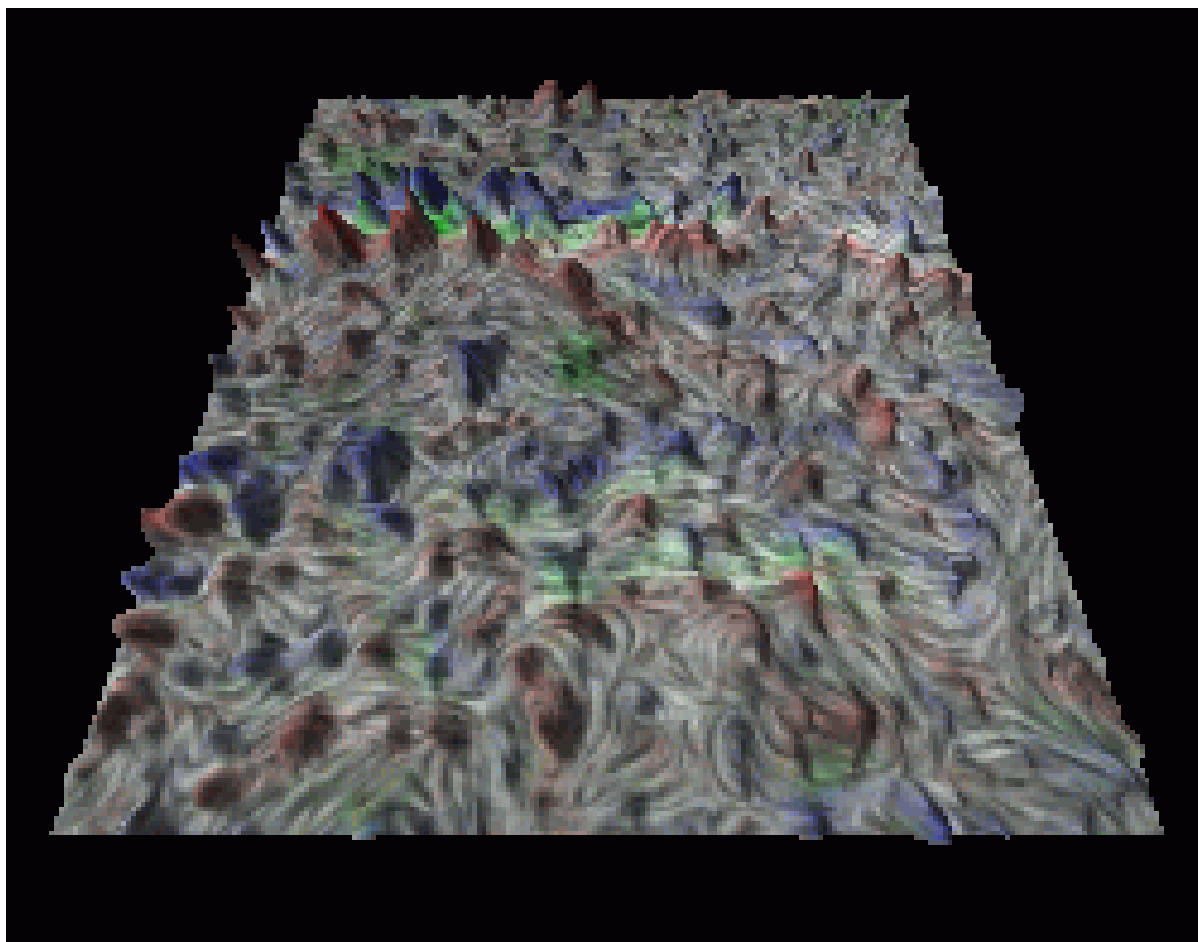
**Obr. 12.41: Dvojměrný Heisenbergův model, nízkoteplotní „soft“ fáze.  
Simulace se  $150 \times 150$  spiny.**



**Obr. 12.42: Spojité vyjádření Heisenbergova 2D modelu**



Obr. 12.43: Třírozměrný Heisenbergův model, fáze s typickými víry a spinovými vlnami.



Obr. 12.44: Spojité vyjádření Heisenbergova 3D modelu

### Hubbardův model

Ani bouřlivě se rozvíjející výpočetní technika neumožňuje simulace elektronových systémů s mnoha (například  $10^{23}$ ) elektrony.

V takových situacích se pokoušíme sledovaný systém rozumně zjednodušit. Natolik rozumně, aby ještě popisoval vlastnosti skutečné látky, kterou chceme zkoumat. Představme si, že elektrony mohou být lokalizovány jen v určitých místech, například ve vrcholech pravidelné mříže. Tak je tomu třeba v krystalických látkách, kde je elektron v blízkosti určitého iontu. Nicméně modely elektronů na mříži mají mnohem širší uplatnění a lze pomocí nich obecně modelovat systémy se silně korelovanými elektrony, například vysokoteplotní supravodiče.

K nejjednodušším modelům tohoto typu patří tzv. Hubbardův model. Elektrony jsou kreovány a anihilovány ve vrcholech mříže tak, aby jejich chování odpovídalo energii systému při dané teplotě. Energie

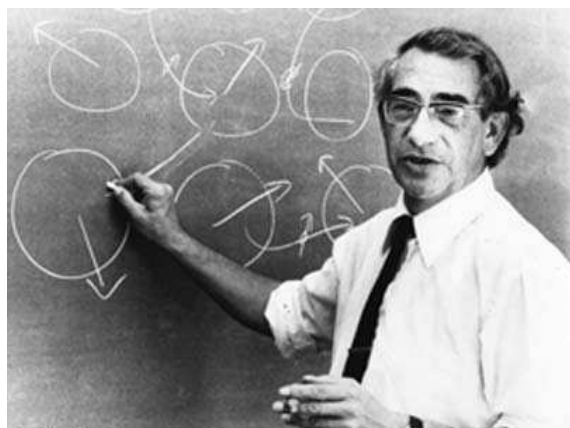
systemu se skládá ze dvou odlišných členů. První člen je dán interakcí *nejbližších sousedů* (součet přes všechny dvojice nejbližších vrcholů). Dva nejbližší sousedé  $\langle a, b \rangle$  přispějí k celkové energii výrazem

$$E_{\langle a, b \rangle} = -t \left( c_{a\uparrow}^+ c_{b\uparrow}^- + c_{a\downarrow}^+ c_{b\downarrow}^- + c_{b\uparrow}^+ c_{a\uparrow}^- + c_{b\downarrow}^+ c_{a\downarrow}^- \right). \quad (12.189)$$

Vazební konstanta této interakce je označena  $t$ , symbol  $c^+$  označuje kreaci elektronu se spinem  $\uparrow$  nebo  $\downarrow$  v daném vrcholu, symbol  $c^-$  anihilaci. Tento člen umožňuje „přeskakování“ či „tunelování“ elektronů z jednoho vrcholu mříže do druhého. Druhá část energie je součtem přes *všechny vrcholy*, každý vrchol přispěje k celkové energii výrazem

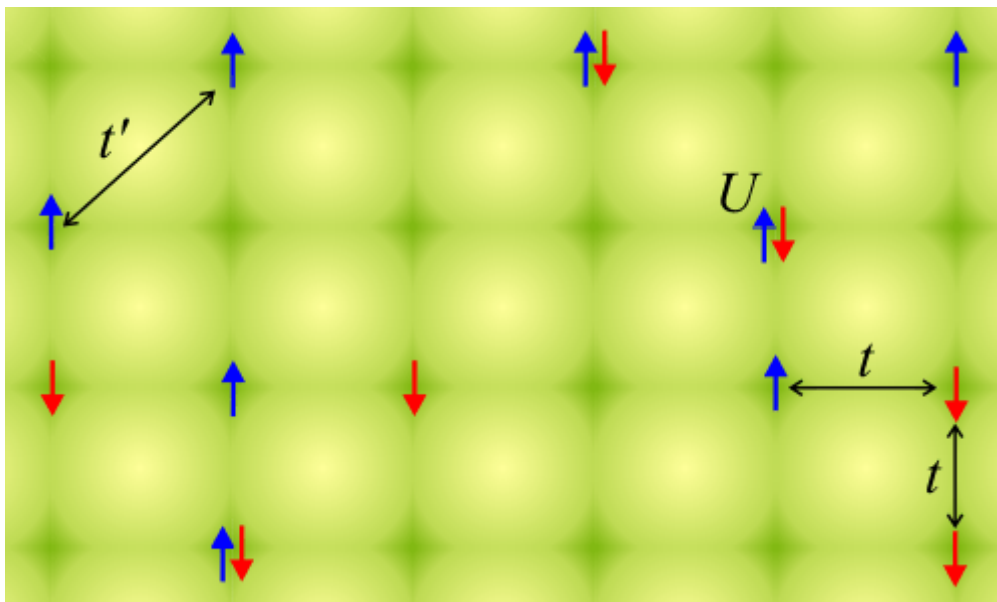
$$E_a = U n_{a\uparrow} n_{a\downarrow}. \quad (12.190)$$

Symbol  $n$  znamená počet jedinců se spinem  $\uparrow$  nebo  $\downarrow$  v daném vrcholu. Kladná vazební konstanta  $U$  znamená repulzi elektronů na malých vzdálenostech: Pokud je ve vrcholu jeden elektron se spinem  $\uparrow$  a jeden elektron se spinem  $\downarrow$ , přispějí k celkové energetické bilanci kladnou hodnotou  $U$ , pokud je ve vrcholu jediný elektron, přispěje tento vrchol nulovou hodnotou. Za nízkých teplot jsou preferovány stavy s co možná nejnižší energií, tedy jediný elektron ve vrcholu mříže. Oba energetické členy znamenají v jistém smyslu párovou interakci. První člen se týká interakce elektronů ve dvou nejbližších vrcholech mříže. Druhý se týká interakce dvojice elektronů v jednom jediném vrcholu (Coulombická repulze). V reálných materiálech je podíl vazebních konstant  $U/t$  mezi 10 až 50.



**John Hubbard (1931–1980)**

Model navrhl anglický fyzik John Hubbard v roce 1963 k popisu chování elektronů v pevných látkách. Pomocí Hubbardova modelu lze snadno simulovat přechod látky mezi vodivým a nevodivým stavem. Dnes se model využívá k popisu chování ultrachladných atomů zachycených v optické mříži. Původní model byl navržen pro dva fermiony, později se objevila i bosonová varianta Hubbardova modelu a různé další užitečné modifikace. Modely se nemusí omezovat na pravoúhlou mříž, interakce nemusí probíhat jen mezi nejbližšími sousedy, ale například i mezi sousedy na úhlopříčce s vazební konstantou  $t'$ , uvažují se modely v mnoha dimenzích, atd.



Obr. 12.45: Hubbardův 2D model.

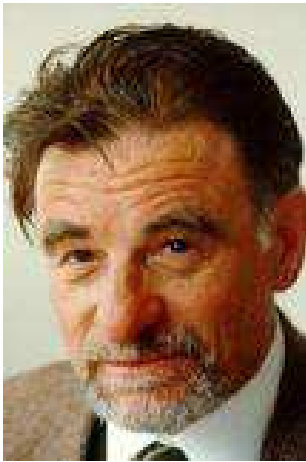


Jozef Špalek (1949)



Sir Nevill Francis Mott (1905 – 1996)

V roce 1977 polský fyzik Jozef Špalek upravil Hubbardův model pro velké hodnoty interakční konstanty  $U$  do podoby se dvěma párovými interakcemi mezi nejbližšími vrcholy mříže. Model byl nazván podle označení vazebních konstant těchto interakcí jako tzv. t-J model. Člen s vazební konstantou  $t$  je podobný prvnímu členu Hubbardova modelu. Druhý člen s vazební konstantou  $J = 2t^2/U$  obsahuje skalární součin dvou sousedních spinů, obdobně jako Heisenbergův model. Pomocí tohoto modelu se podařilo vysvětlit chování Mottových izolátorů včetně jejich feromagnetizmu. Později se t-J model stal úspěšným i při vysvětlení vysokoteplotní supravodivosti keramických materiálů, například  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ , kterou objevili Karl Alex Müller a Johannes Georg Bednorz v roce 1986.



**Karl Alexander Müller (1927)**



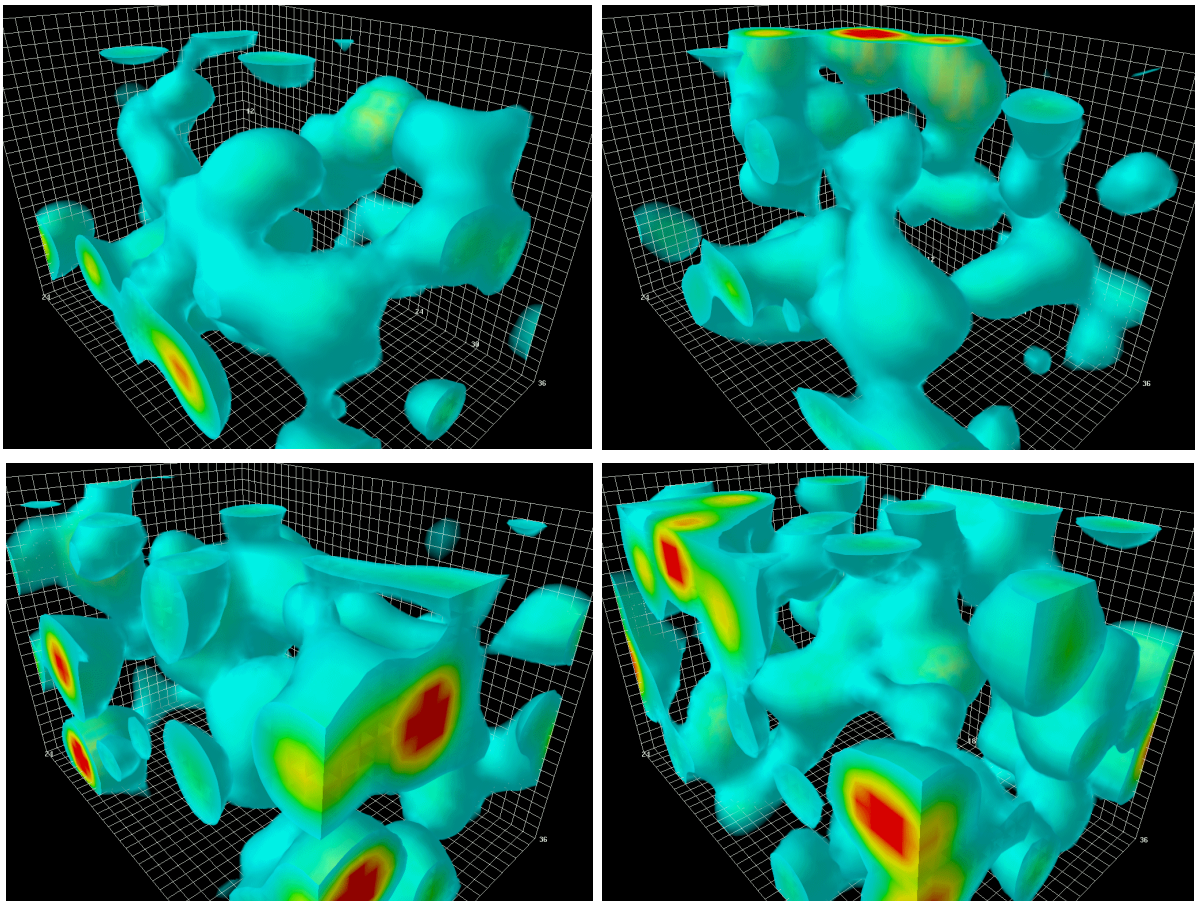
**Johannes Georg Bednorz (1950)**

## *b) silná jaderná interakce*

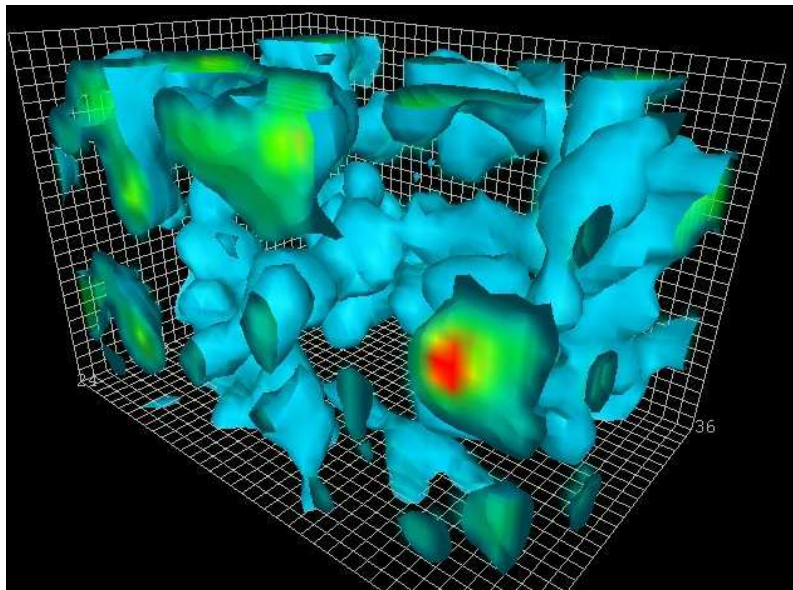
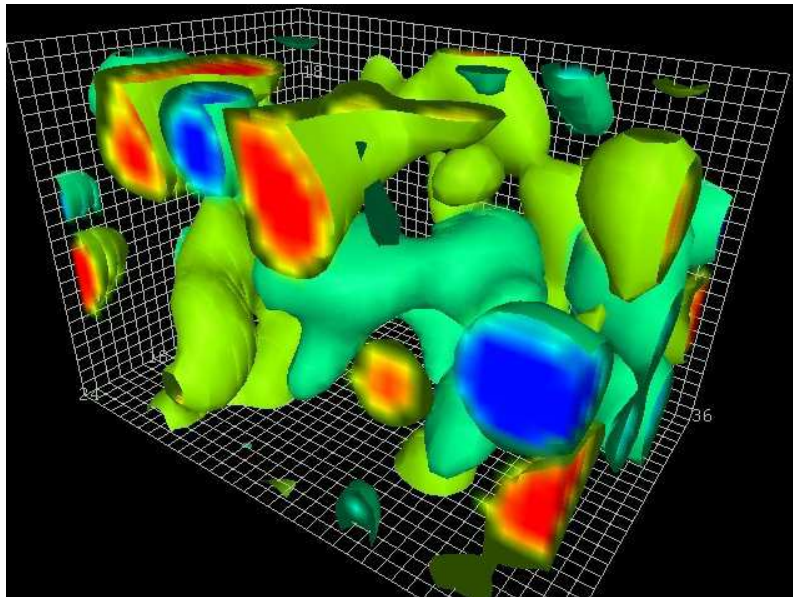
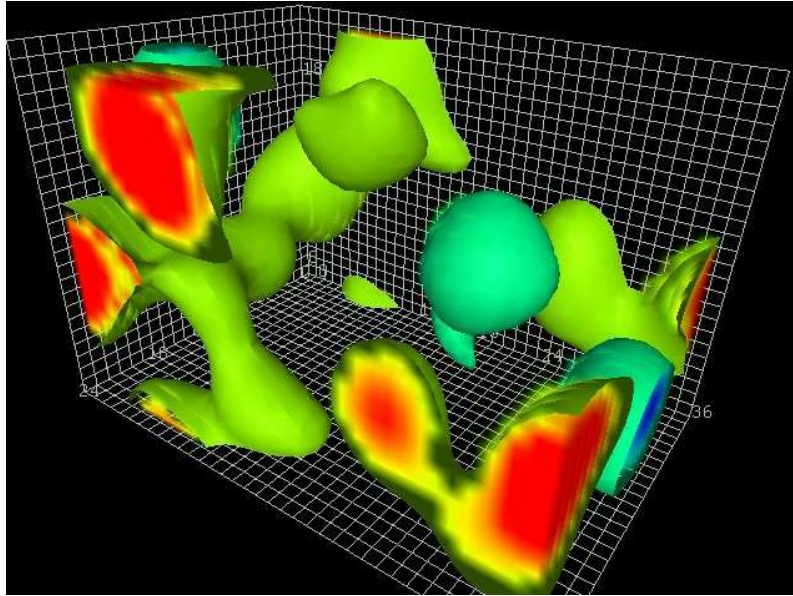
### **Kvantová chromodynamika na diskretní mřížce**

Kvantová chromodynamika (QCD) je současnou teorií silné interakce. Standardní metody výpočtu, jako je například poruchová teorie, u QCD selhávají. Jednou z alternativ je diskretizace prostoru a výpočty na mřížce, v jejíž vrcholech jsou lokalizovány kvarky a gluonová pole. V sérii obrázků 12.46 vidíme typickou časoprostorovou strukturu gluonového pole. Výpočetní oblast má rozměry  $2,4 \times 2,4 \times 3,6$  fm. Znázorněna je hustota energie gluonového pole. Autorem je F. Wilczek - nositel Nobelovy ceny za teorii silné interakce z roku 2004.

Obr. 12.46

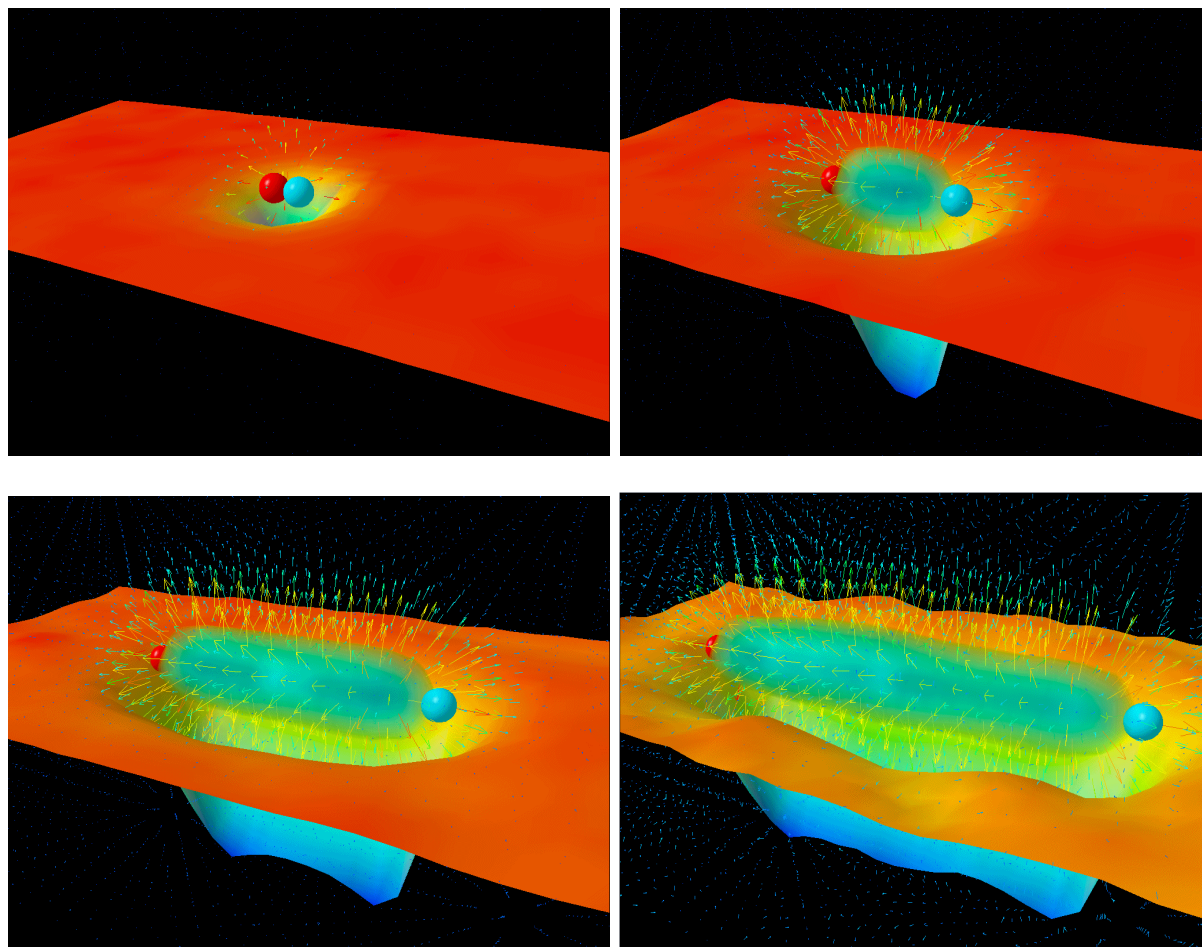






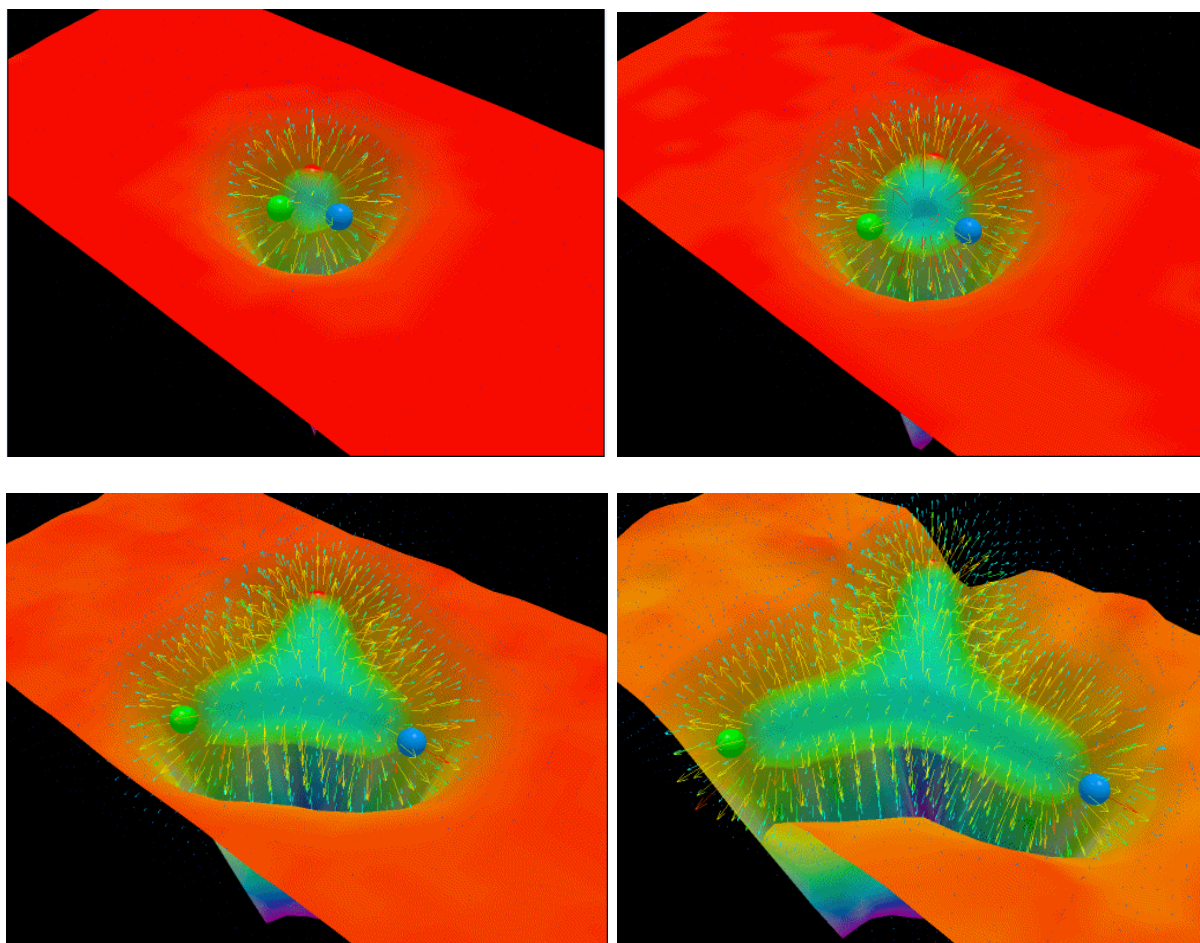
V sérii obrázků 12.47 je znázorněna vazba kvarku a antikvarku v mezonu, tzv. gluonová nit. Vzdálenost kvarků se mění od 0,125 fm do 2,25 fm (1,3-násobek průměru protonu). Povšimněte si, že průměr gluonové niti se nemění. Prohnutá plocha představuje hustotu energie v rovině procházející středy páru kvark-antikvark. Vektorové pole zobrazuje gradient hustoty energie.

Obr. 12.47



V sérii 12.48 je stejným způsobem znázorněna vazba tří kvarků v baryonu.

Obr. 12.48



Z teorie silné interakce, neboli kvantové chromodynamiky je velmi obtížné získávat předpovědi přímým výpočtem. U elektromagnetické interakce je energie vazby podstatně menší než klidová energie vázaných částic (například elektronu a protonu v atomu vodíku). U silné interakce je tomu naopak. Energie vazby tří kvarků v protonu je podstatně větší než hmotnosti jednotlivých kvarků. Standardní poruchová teorie (rozvoj řešení do řad) u silné interakce selhává. Se vzdáleností kvarků jejich vzájemné silové působení neubývá, jak tomu je u elektromagnetické interakce, ale naopak roste. To vede k uvěznění kvarků do oblasti o rozměrech  $10^{-15}$  m a selhání poruchového přístupu. Za běžných podmínek není možné získat volný, nevázaný kvark.

Jednou z možností, jak získávat současnými výpočetními prostředky předpovědi z kvantové chromodynamiky je řešení problému neporuchovým přístupem, s pomocí diskrétní mříže.

## Mřížková chromodynamika

Díky QCD mají fyzici k dispozici základní rovnice popisující silnou jadernou sílu, jenže zabralo celé dekády, než se jim ve výpočtech podařilo dopracovat k nějakým smysluplným a reálným číslům. Řešení rovnic je ve většině případů, když ne zcela nemožné, tak aspoň velmi obtížné.

Fyzici se ale nutně potřebovali hnout z místa. Naštěstí to netrvalo tak dlouho a po čase spatřila světlo světa nová výpočetní metoda, tzv. mřížková QCD. Navrhli ji nezávisle Kenneth Wilson a Alexandr Poljakov roku 1974. Její hlavní myšlenkou je Yangovou – Millsovu kvantovou teorii pole dobře definovat a učinit ji nezávislou na jakémkoli poruchovém rozvoji konstruováním teorie v nikoliv spojitým prostoročase, ale na diskrétní mřížce o konečném počtu bodů. Hladký časoprostor uvnitř nukleonu se nahrazuje sítí jednotlivých izolovaných bodů, což umožňuje eliminovat problémy s nekonečny, které jinak dělají kvantové teorie pole problematickými.

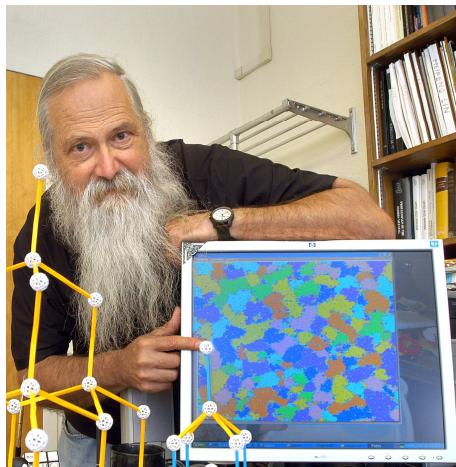
Kvarky a leptony jsou lokalizovány ve vrcholech prostorové mříže a mohou se přemísťovat jen podél spojnic, kde působí Yangova – Millsova pole (gluony). Takové metody se nazývají LQCD (Lattice Quantum ChromoDynamics) a jsou v mnohém podobné mřížovým modelům feromagnetik kterými jsme se zabývali doposud. Přímými předchůdci LQCD jsou Hubbardův model a t-J model.

Feynmanova metoda integrálů přes trajektorie vede ve spojitým prostoru k nekonečněrozměrným integrálům, s nimiž nedokážeme dobře zacházet. V mřížkové kalibrační teorii se však Feynmanovy integrály stávají konečněrozměrnými a dobře definovanými díky diskrétní povaze mřížky.

Čím menší je rozestup vrcholů, tím více se výsledky přibližují skutečnému kontinuu. Často se provádějí výpočty s různou velikostí mříže a výsledky se extrapolují k nulové vzdálenosti vrcholů mříže. Pro částice lokalizované na mříži může maximální hybnost nabývat hodnotu  $p \sim \hbar/a$ , kde  $a$  je mřížková konstanta (vzdálenost vrcholů). Plyne to z Heisenbergových relací neurčitosti. V mřížových modelech jsou tak přirozeným způsobem oříznuty nekonečné hodnoty, které se

vyskytují v kvantové chromodynamice na časoprostorovém kontinuu a obtížně se odstraňují pomocí renormalizace. I přes podstatné zjednodušení se pohybují LQCD výpočty na samé hranici možností dnešních superpočítačů. Výpočty se provádějí pro nerealisticky velké hmotnosti kvarků. Lehké kvarky mají totiž velkou korelační délku (jsou korelovány i se vzdálenými sousedy) a takové výpočty vyžadují příliš rozsáhlé mříže.

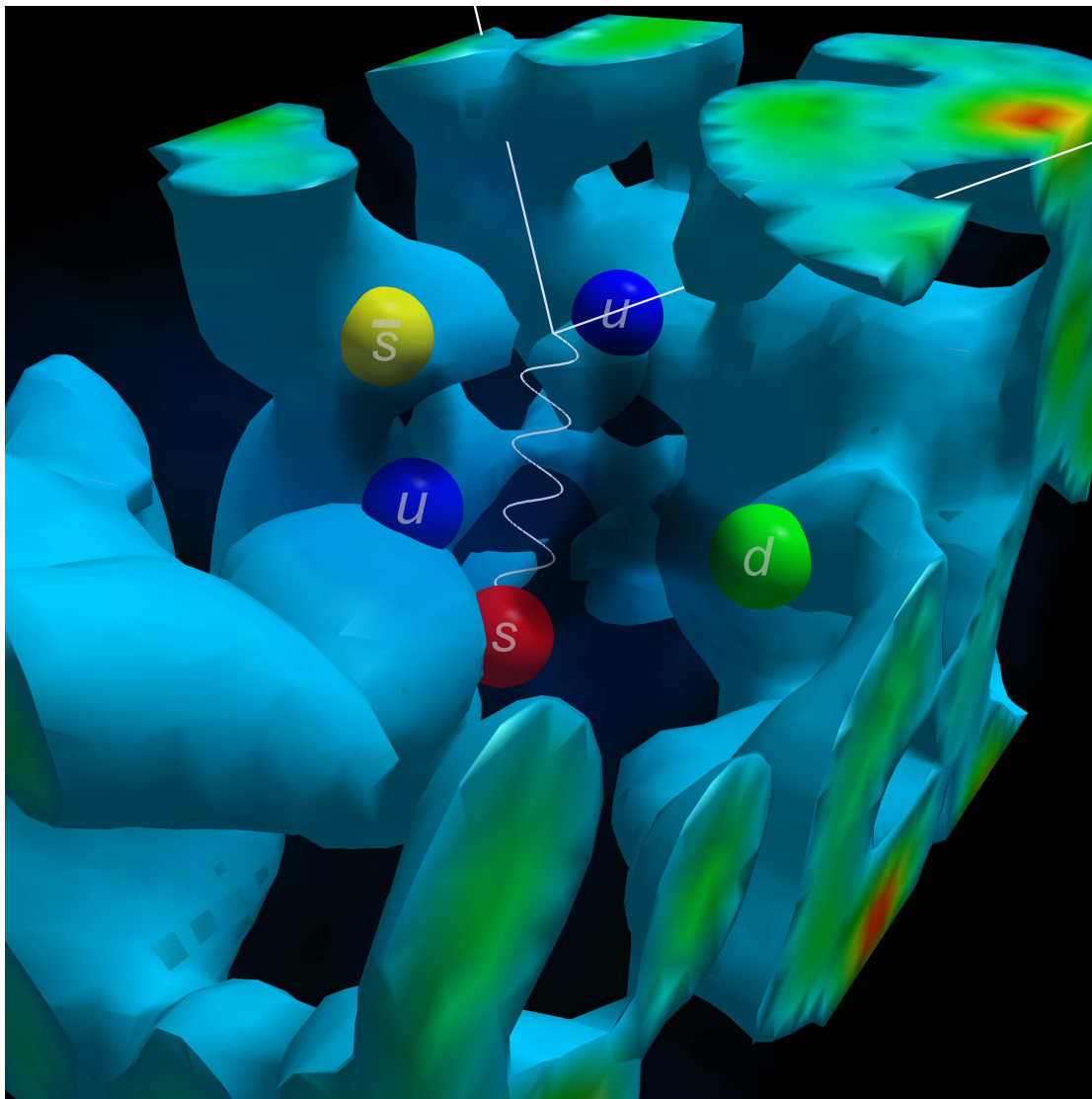
Ačkoli si Wilson a Poljakov vypůjčili tento nápad z fyziky kondenzovaných látek, a mnohé techniky vyvinuté fyziky kondenzovaných látek dávaly jistý vhled do mřížkové kalibrační teorie, vesměs se zakládaly na různých aproximačních schématech, jejichž oprávněnost v daném dílčím případě byla víceméně pochybná. Výjimku tvoří výpočetní metody založené na algoritmu Monte Carlo. První výpočty tohoto druhu v mřížkové kalibrační teorii učinil roku 1979 Michael Creutz v Brookhavenu. Moderní multiprocessorové počítače schopné pracovat rychlostí stovek teraflops dávají výsledky v dobré shodě s experimentální skutečností.



**Michael John Creutz (1944)**

Pomocí LQCD byl zkoumán fázový přechod mezi uvězněnými kvarky a kvark-gluonovým plazmatem. Právě z výpočtů pomocí LQCD vyplynulo, že tento přechod probíhá při energii 170 MeV na částici. Tomu odpovídá teplota řádově  $2 \times 10^{12}$  K, tedy cca stotisíckrát vyšší teplota, než je v nitru Slunce. Obdobných podmínek se podařilo dosáhnout po šesti letech experimentů v roce 2000 na urychlovači SPS ve středisku CERN, kde bylo objeveno kvark-gluonové plazma.

LQCD se dnes využívá při simulaci uvěznění kvarků, v teorii strun, při hledání axionů i v mnoha dalších aplikacích.



**Obr. 12.49:** LQCD počítačová simulace nitra hyperonu. Červená, zelená a modrá kulička znázorňují kvarky v hyperonu. Ostatní oblasti jsou gluonová pole (97 % hmotnosti hyperonu). modrý a žlutý objekt znázorňují excitaci gluonového pole – pár kvark-antikvark

Pokud by kvarky existovaly samostatně, což je ovšem za normálních okolností nemožné, příspěvek jejich individuálních hmotností k celkové hmotnosti nukleonu by činil pouhé jedno procento. A to je překvapivě málo.

Nabízí se tedy otázka co tvoří oněch zbývajících 99 procent hmotnosti. Nebo jinými slovy, co je podstatou běžné hmoty. Odpověď nejen na tyto otázky hledal mezinárodní výzkumný tým pod vedením Stephana Dürra z Institutu Johna von Neumanna v německém Jülichu. Jeho primárním úkolem ale bylo provést teoretický výpočet hmotnosti protonu. Podle teorie kvantové chromodynamiky (QCD) je oněch 99 procent hmotnosti uloženo v energii vazby, která kvarky váže k sobě.

Podobně jako i jiné virtuální částice, gluony neustále vznikají a zanikají, jakoby z ničeho, a to díky kvantovým fluktuacím. Ale jak vidno, jejich „existenci“ nelze při výpočtech hmotností nukleonů opomenout, neboť tvoří podstatnou součást silné vazby.

S virtuálními gluony fyzici sice při kalkulacích hmotností nukleonů běžně počítali, avšak stále opomíjeli jiné důležité složky vakua, a sice virtuální páry kvarků a antikvarků. I ty se, stejně jako gluony a ostatní virtuální částice, ustavičně vynořují z kvantového vakua, aby vzápětí opět mizely v nicotě. Jejich vliv celou věc ještě víc komplikuje, nukleony se již vůbec nejeví jako jednoduché částice složené ze tří kvarků jako na začátku našich úvah, ale jsou složitým propletením všech možných stavů, které je nutné do výpočtů zahrnout.



**Stephan Dürr (1974)**

Dürrova skupina se potýkala s neobyčejně složitým úkolem, neboť výpočty s virtuálními kvarky představují práci s více než 10 triliardami čísel. Na Zemi zatím neexistuje počítač, který by byl schopen pojmout do své paměti tak obrovské množství dat a proto

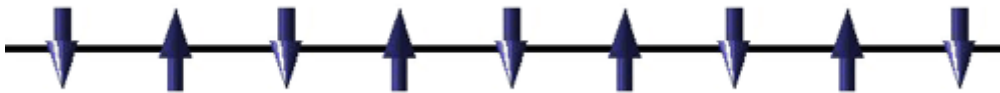
vědci museli k výpočtu použít hned celou počítačovou (paralelní) síť o výkonu 200 teraflops.

Nakonec bylo jejich úsilí korunováno zaslouženým úspěchem – jimi vypočtená hmotnost protonu se od experimentálně zjištěných hodnot liší o pouhá 2 %. To má sice stále daleko k přesnosti výpočtů dosahované v kvantové elektrodynamice (ve výpočtech dosud provedených až do 3. řádu poruchového rozvoje zde bylo dosaženo shody s experimentem lepší než  $10^{-8}$  %), znamená to však skutečně velký skok kupředu, neboť předchozí pokusy pracovaly s 10 % chybou.

### Spinový žebřík a uvěznění kvarků

Uvěznění kvarků v mezonu nebo baryonu je zatím chápáno jen rámcově. Není například jasné, jakou hmotnost budou mít lehčí mezony, na které se rozpadá mezon těžší (když dojde k „přetržení“ gluonové niti). Proto může být užitečné zkoumat podobně uvězněné systémy jiného charakteru. Na konci roku 2009 byl pozorován obdobný jev v tzv. spinových žebřících. Popišme si tento objev podrobněji.

Začněme s jednorozměrným řetězcem antiferomagnetika (obr. 12.50). V základním stavu jsou sousední spiny seřazeny antiparalelně (opačně orientované spiny přispějí k energii nižší hodnotou než souhlasně orientované spiny). Základní stavy (stavy s nejnižší možnou energií) existují dva (liší se orientací spinů) a při extrémně nízké teplotě dojde k narušení symetrie a výběru jednoho ze dvou základních stavů.



Obr. 12.50: Základní stav antiferomagnetického řetězce

Zvýšíme-li nyní teplotu, dojde ke zvýšení energie řetězce. Díky teplotním fluktuacím se objeví oblast obrácených spinů (na obr. 12.51 je vyznačena červeně). Jde vlastně o část druhého základního stavu, která je vnořena do již existujícího základního stavu. Obrácená oblast

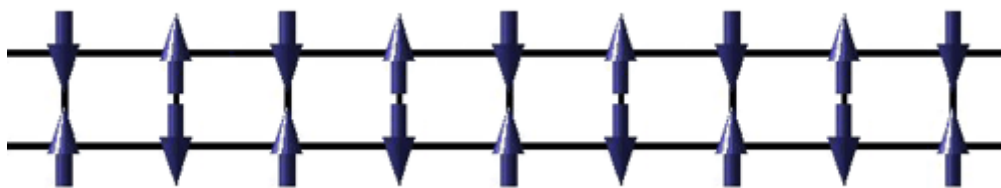


je od okolí oddělena tzv. *doménovými stěnami* (A, B) neboli *spinony*. Doménová stěna (spinon) je tvořena dvojicí stejně orientovaných spinů, které jsou nositeli teplotní fluktuace (souhlasně orientované spinny mají vyšší energii než nesouhlasně). Takové excitace (spinony) se vždy objevují po dvojicích, jsou nositeli nevykompenzovaného spinu ( $1/2$ ) v řetězci a celková energie řetězce nezávisí na vzdálenosti obou spinonů. Pohyb spinonu podél řetězce nemění celkovou energii řetězce. Spinon se chová jako volná kvazičástice, která není nijak korelována s druhým spinonem. Oba současně vzniklé spinony nejsou nijak vázané.

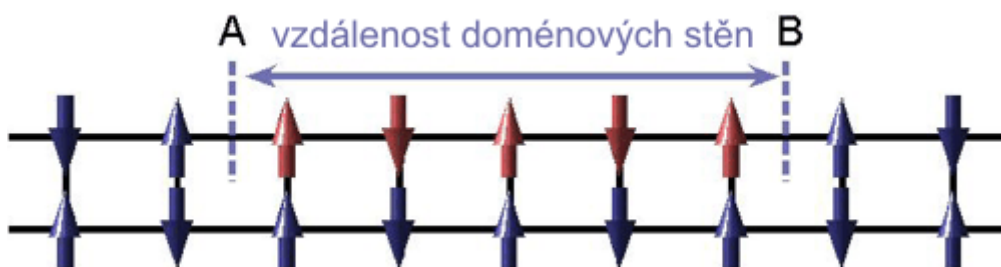


Obr. 12.51: Dvojice doménových stěn (spinonů)

Uvažujme nyní dva antiferomagneticky provázané řetězce spinů, tzv. *spinový žebřík*. Jeden ze dvou základních stavů žebříku je na obr. 12.52. Pokud nyní zvýšíme teplotu, objeví se v jednom z řetězců opět teplotní fluktuace – oblast obrácených spinů ohraničená dvěma spinony (doménovými stěnami). Situace je ale nyní velmi odlišná. Oblast obrácených spinů má shodný směr se spinny sousedního řetězce a celá oblast tak přispívá ke zvýšení energie žebříku. Čím větší je vzdálenost spinonů A a B (doménových stěn), tím vyšší je energie spinového žebříku. Oba spinony jsou nyní silně vázané a energie jejich vazby roste s jejich vzdáleností! Situace je obdobná dvojici kvarku a antikvarku uvězněné v mezonu. Zde také roste energie vazby se vzdáleností kvarků, což kvarkům neumožňuje uniknout z vázaného stavu. Ani v žebříku se jeden spinon nemůže vzdálit od druhého. Existuje zde i další paralela. Kvarky mají neceločíselný náboj a teprve jejich vázané stavy se navenek jeví tak, jakoby měly celočíselný náboj. Obdobně je každý spinon nositelem nevykompenzovaného spinu ( $1/2$ ) a teprve dvojice vázaných spinonů má celočíselný spin.



Obr. 12.52: Základní stav spinového žebříku

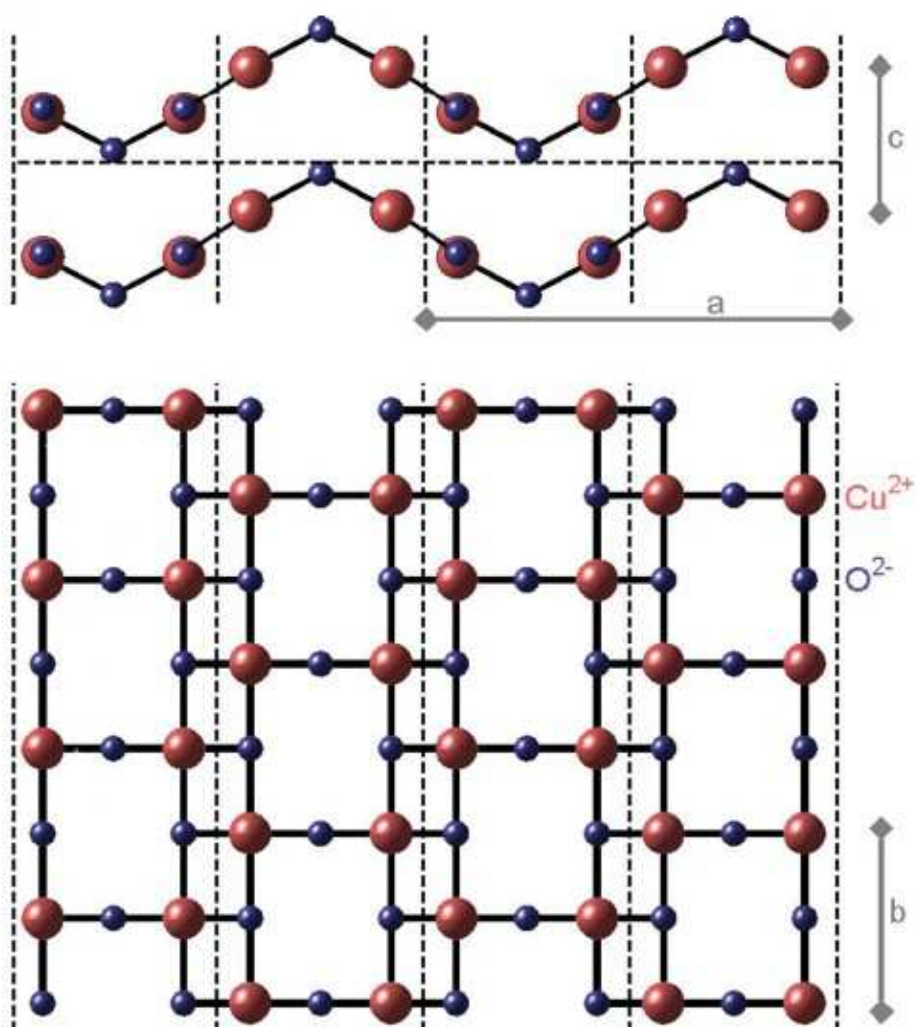


Obr. 12.53: Excitovaný stav spinového žebříku

Kvantové žebříky je možné snadno numericky simulovat a zjišťovat tak vlastnosti uvězněných jedinců. Důležité je, že na sklonku roku 2009 Bella Lake z Helmholtzova centra v Berlíně pozorovala se spolupracovníky uvězněné stavy dvou spinonů ve spinovém žebříku i experimentálně. Jednalo se o oxid  $\text{CaCu}_2\text{O}_3$ . Materiál byl zkoumán za pomoci ohybu neutronů. Při vysokých energiích byly patrné samostatné lineární řetězce s dvojicemi nevázaných spinonů. Při nízkých energiích došlo ke spárování řetězců do spinových žebříků a spinony začaly být vázané obdobným způsobem jako kvarky v baryonech. Otevírá se zde mimořádně zajímavá možnost numerických simulací a přímých experimentů s uvězněnými spinony, která může objasnit zatím nevyřešené otázky kvantové chromodynamiky.



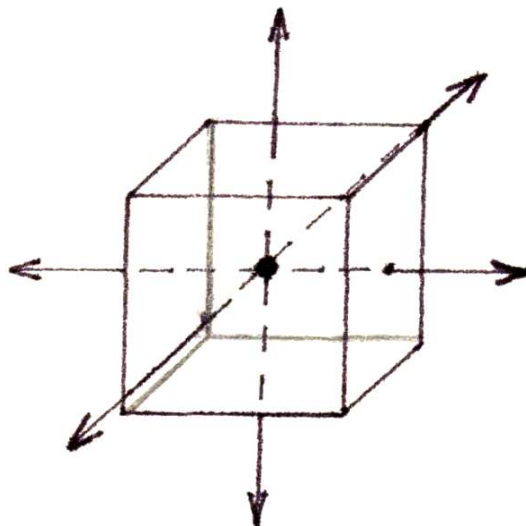
Bella Lake (1973)



Obr. 12.54: Schéma spinového žebříku  $\text{CaCu}_2\text{O}_3$ . Nahoře je pohled z boku, dole pohled shora. Vzdálenost  $a$  je 0,9949 nm,  $b$  je 0,4078 nm a  $c$  je 0,3460 nm. Ionty  $\text{Cu}^{2+}$  mají spin  $1/2$  a jsou vyznačeny červeně.

U kvarků je vůně parametrem spojeným s jeho hmotností, kdežto barva je opět určena polarizací braketu cytonové parity, která může nabývat celkem tří vektorových stavů.

Obr. 12.55

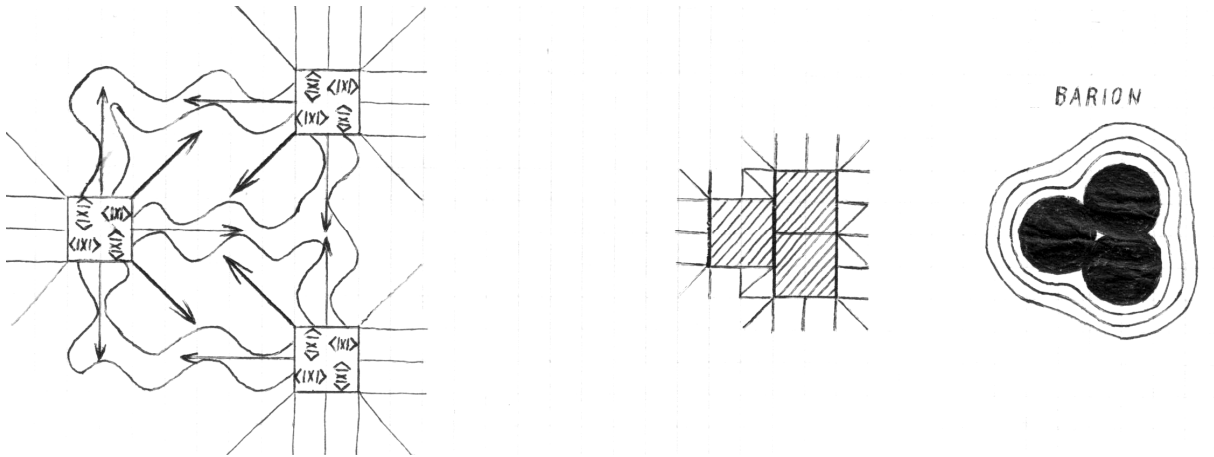


Orientace kvarkového braketu je ovlivněna orientací cytoresonančního vektoru gluonu, který s daným kvarkem interaguje. Z kvantové chromodynamiky vyplynulo, že síla, kterou se tři různobarevné kvarky vzájemně přitahují, roste úměrně s jejich vzájemnou vzdáleností. Vektorová analýza provedená na základě nestacionární teorie cytoprostoru však ukázala také to, že tato vzdálenost nesmí výrazně překročit rozměr  $10^{-15}$  m.

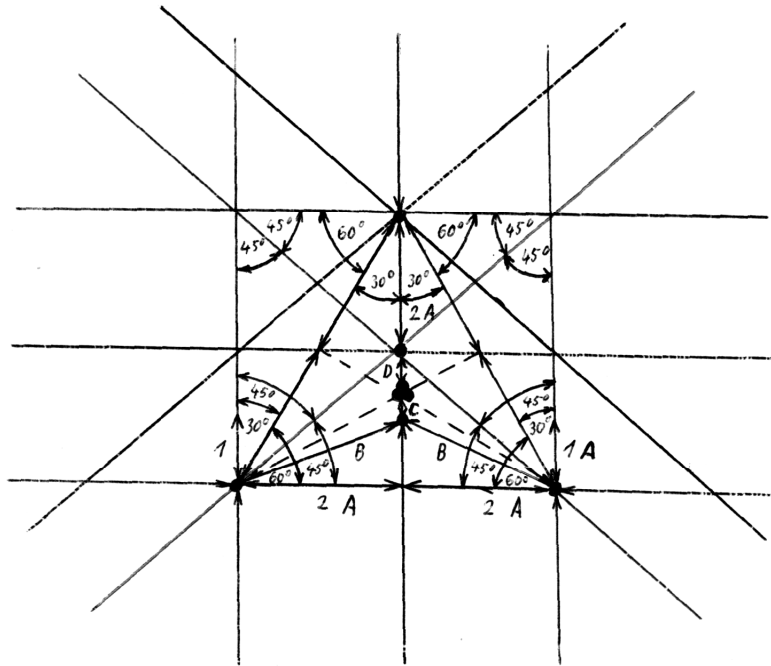
Při překonání této interkvarkové vzdálenosti již interakce mezi kvarky začíná se vzrůstající vzdáleností prudce klesat.

Obrázky 12.56, 12.57, znázorňují (velmi zjednodušeně) kvarkový model baryonu a hlavní vektory působení sekundární cytoresonance pro 3 různobarevné kvarky.

Obr. 12.56



Obr. 12.57



$$B = \sqrt{A^2 + (2A)^2} = \sqrt{5A^2}$$

( 12.191 )

$$C = 2A = D$$

Leptony a kvarky jsou, jak víme ze stacionární teorie cytoprostoru, tvořeny shlukem preonů, jež spolu interagují granunifikačně.

### *c) gravitační interakce*

Ve druhé kapitole jsme viděli, že ve čtyřrozměrném prostoročase nelze od sebe oddělit jako olej a vodu pohyb v prostoru a pohyb v čase. Prostoročas je jednolitě kontinuum a veškeré pohyby je potřeba uvažovat pouze v rámci tohoto kontinua. Správným způsobem popisu pohybu pak již není obyčejná třírozměrná rychlost a zrychlení, ale čtyřrychlost a čtyřzrychlení. Z druhé kapitoly rovněž víme, že v prostoročase se vše pohybuje čtyřrychlostí světla. Všechny objekty ve vesmíru mají tedy stejnou velikost čtyřrychlosti. Objekty, které se pohybují rychleji v prostoru se proto musí pohybovat pomaleji v čase a naopak. Objektům, které se pohybují rychlostí světla v prostoru (fotony, gravitony) již nezbyvá žádná složka rychlosti ve směru časové osy a proto se v čase nepohybují vůbec.

Gravitační pole je nejen zakřivený prostor, ale též zakřivený čas. Těleso vypuštěné z klidu, má ve skutečnosti už na počátku čtyřrychlost rovnu rychlosti světla. Akorát že tato rychlost všechna míří ve směru časové osy. Prostoročas je ale v gravitačním poli zakřiven a vektor času tak (velmi obrazně řečeno) již není kolmý na vektory prostoru – těleso, pohybující se zprvu pouze ve směru časové osy, tak postupně získává nenulovou rychlost i v určitém prostorovém směru. Je to dáno tím, že tok času se ve směru klesajícího potenciálu (tj. rostoucí intenzity gravitačního pole) postupně zpomaluje. Jinak řečeno, ve směru sílícího gravitačního pole běží čas stále pomaleji (vztaženo k asymptotickému nekonečnu). Jak se těleso noří stále hlouběji a hlouběji do gravitačního pole, jeho rychlost v časovém směru tak klesá. Protože však celková čtyřrychlost se zachovává a musí být stále rovna rychlosti světla, logicky to vede k závěru, že těleso musí zrychlovat v prostoru a toto zrychlení navíc musí mít směr klesajícího gradientu rychlosti toku času, to jest směr klesajícího potenciálu gravitačního pole – těleso padá.

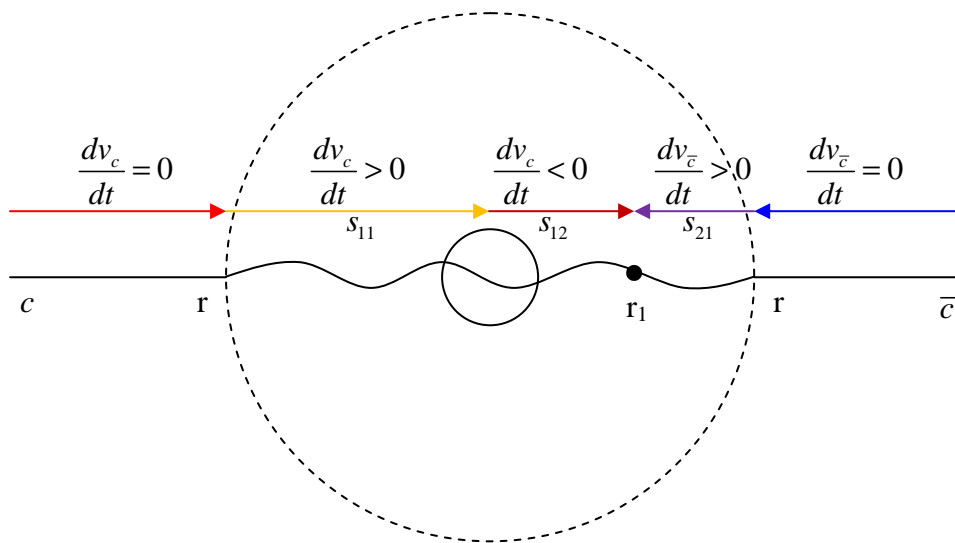
OTR tak velmi elegantně objasňuje podstatu gravitačních sil. Neříká však vůbec nic o mikroskopických příčinách zakřivování geometrie prostoročasu hmotou. V tomto odstavci si ukážeme, kterak se s tímto problémem vypořádává dynamická teorie cytoprostoru.

Směr braketu cytonové parity pro konkrétní kvantion se po každé interakci  $s + \bar{s} \rightarrow k$  mění o úhel  $90^\circ$ , přičemž původního směru nabyde každý takovýto braket při každé čtvrté srážce.

Kvantionový spin se pak dle pravidel o skládání spinů přenáší na preon a posléze na leptony, kvarky a další částice.

Koncentrace většího množství kvantionů v relativně malém prostoru má na svědomí vznik měřitelné tzv. polarizované cytorezonance (viz obr. 12.58).

Obr. 12.58



Kladná cytorezonance, působí na cytony postupující ve směru vektoru intenzity gravitačního pole, a vyvolává jejich urychlení úměrné velikosti intenzity tohoto pole.

Naopak záporná cytorezonance, působící na cytony postupující proti směru vektoru intenzity gravitačního pole, je zpomaluje. Daleko od hmotného zdroje se cytony pohybují konstantní rychlostí a pro dráhy  $s_1, s_2$  cytonového páru platí

$$s_1 = vt,$$

$$s_2 = s_0 - v(t - t_0), \quad (12.192)$$

$$s_1 = s_2.$$

odkud

$$t = \frac{s_0 + vt_0}{2v}. \quad (12.193)$$

Nyní nechme cytonový pár vstoupit do pole sekundární cyto rezonance. Pohybové rovnice (12.192) se změjí na

$$\begin{aligned} s_{11} &= vt + \frac{at^2}{2}, \\ s_{12} &= vt - a(t-t_1)t - \frac{a(t-t_1)^2}{2}, \\ s_2 &= s_0 - v(t-t_0) - \frac{a(t-t_0)^2}{2}, \\ s_{11} + s_{12} &= s_{21}. \end{aligned} \quad (12.194)$$

Z první rovnice stanovíme čas  $t_1$ , od kterého se mění rovnoměrně zpomalený pohyb cytonu na rovnoměrně zrychlený:

$$\begin{aligned} at_1^2 + 2vt_1 - 2s_{11} &= 0, \\ t_1 &= \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2as_{11}}}{a}. \end{aligned} \quad (12.195)$$

a poté ještě využijeme skutečnosti, že z důvodu symetrie  $s_{11} = \frac{s_0}{2}$ , čili

$$t_1 = \frac{-v + \sqrt{v^2 + as_0}}{a}. \quad (12.196)$$

Máme tedy rovnici

$$2vt + \frac{at^2}{2} - a(t-t_1)t - \frac{a(t-t_1)^2}{2} = s_0 - v(t-t_0) - \frac{a(t-t_0)^2}{2}, \quad (12.197)$$



kteřou lze postupnými úpravami zjednoduřit na tvar

$$2vt + \frac{at^2}{2} - at^2 + at_1t - \frac{at^2}{2} + at_1t - \frac{at_1^2}{2} = s_0 - vt + vt_0 - \frac{at^2}{2} + at_0t - \frac{at_0^2}{2},$$

$$3vt - \frac{at^2}{2} - \frac{at_1^2}{2} + 2at_1t = s_0 + vt_0 + at_0t - \frac{at_0^2}{2}.$$

( 12.198 )

Dosazením za  $t$  z ( 12.193 ) a za  $t_1$  z ( 12.196 ) postupně dostáváme

$$3v \frac{s_0 + vt_0}{2v} - \frac{a}{2} \left( \frac{s_0 + vt_0}{2v} \right)^2 - \frac{a}{2} \left( \frac{v - \sqrt{v - as_0}}{a} \right)^2 + 2at \frac{v - \sqrt{v - as_0}}{a} =$$

$$= s_0 + vt_0 + at_0 \frac{s_0 + vt_0}{2v} - \frac{at_0^2}{2},$$

$$3 \frac{s_0 + vt_0}{2} - \frac{a}{2} \left( \frac{s_0 + vt_0}{2v} \right)^2 - \frac{(v - \sqrt{v - as_0})^2}{2a} + 2t(v - \sqrt{v - as_0}) - s_0 -$$

$$- vt_0 - at_0 \frac{s_0 + vt_0}{2v} + \frac{at_0^2}{2} = 0,$$

$$\frac{3s_0}{2} + \frac{3vt_0}{2} - \frac{a}{2} \frac{s_0^2 + 2s_0vt_0 + v^2t_0^2}{4v^2} - \frac{v^2 - 2v\sqrt{v - as_0} + v - as_0}{2a} + 2vt -$$

$$- 2t\sqrt{v - as_0} - s_0 - vt_0 - \frac{as_0t_0}{2v} - \frac{at_0^2}{2} + \frac{at_0^2}{2} = 0,$$

$$\frac{3s_0}{2} + \frac{3vt_0}{2} - \frac{as_0^2}{8v^2} - \frac{as_0vt_0}{4v^2} - \frac{av^2t_0^2}{8v^2} - \frac{v^2}{2a} + \frac{2v\sqrt{v - as_0}}{2a} - \frac{v}{2a} + \frac{as_0}{2a} + 2vt -$$

$$- 2t\sqrt{v - as_0} - s_0 - vt - \frac{as_0t_0}{2v} = 0,$$

$$\frac{s_0}{2} + \frac{3vt_0}{2} - \frac{as_0^2}{8v^2} - \frac{3as_0t_0}{4v} - \frac{at_0^2}{8} - \frac{v^2}{2a} + \frac{2v\sqrt{v - as_0}}{2a} - \frac{v}{2a} + \frac{as_0}{2a} + vt -$$

$$- 2t\sqrt{v - as_0} = 0.$$

( 12.199 )

Vidíme, že rovnost v přítomnosti pole sekundární cytorezonance obecně neplatí, neboť levou stranu rovnice nelze anulovat. V případě obecně nerovnoměrného pohybu cytonových párů v poli sekundární cytorezonance tak nedojde k aktivaci stejné cytoprostorové buňky, jako v případě bez sekundární cytorezonance. To má za následek efektivní vznik pole gravitačních sil s jeho univerzálními účinky, jak jej známe z OTR.

Z modelu rovněž dobře vyplývá dilatace času v gravitačním poli, neboť kvantiony vygenerované v oblasti silnějšího gravitačního pole, mají vyšší energii a jejich doba života (antion) se prodlužuje. Podobně jako OTR tak dospíváme k výsledku, že silové pole souvisí s měnicí se hustotou toku času v různých místech prostoru v poli sekundární cytorezonance.

### **Gravitační pole coby gradient hustoty toku času**

Ukázali jsme, že v rámci nestacionární teorie cytoprostoru lze úspěšně modelovat vznik silových polí v přírodě. V tomto odstavci se pokusíme na základě tohoto modelu vybudovat analytickou teorii gravitačního pole, snadno formulovatelnou i v jazyce kvantové teorie.

Pohyb v centrálním gravitačním poli je obecně popsán rovnicí

$$\frac{d^2 r(t)}{dt^2} = \frac{GM}{r^2(t)} . \quad ( 12.200 )$$

Operovat budeme v soustavě souřadné s počátkem v centru gravitačního pole.

Protože gravitační pole je pole konzervativní, můžeme nalézt obecné řešení rovnice ( 12.200 ) prostým porovnáním

$$E_p = E_k , \quad ( 12.201 )$$

kde

$$\begin{aligned}
 E_p &= \int_r^{r_0} F_g \, dr = G \cdot m \cdot M \cdot \int_r^{r_0} r^{-2} \, dr = G \cdot m \cdot M \cdot \left[ -\frac{1}{r} \right]_r^{r_0} = \\
 &= G \cdot m \cdot M \cdot \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)
 \end{aligned}
 \tag{ 12.202 }$$

$$\begin{aligned}
 E_k &= \int_{r_0}^r F \, dr = m \int_{r_0}^r \frac{dv}{dt} \, dr = m \int_{v_0}^v \frac{dr}{st} \, dv = m \int_{v_0}^v v \, dv = \left[ \frac{mv^2}{2} \right]_{v_0}^v = \\
 &= \frac{m}{2} \left[ \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 - v_0^2 \right]
 \end{aligned}
 \tag{ 12.203 }$$

Odtud

$$\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 - v_0^2 \right] = GM \cdot \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)
 \tag{ 12.204 }$$

a tedy

$$v = \frac{dr}{dt} = \sqrt{2GM \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) + v_0^2} = \sqrt{\frac{2GM (r_0 - r) + v_0^2 rr_0}{rr_0}}
 \tag{ 12.205 }$$

neboli

$$dt = \sqrt{\frac{rr_0}{2GM (r_0 - r) + v_0^2 rr_0}} \, dr
 \tag{ 12.206 }$$

a

$$t = \int_r^{r_0} \sqrt{\frac{rr_0}{2GM(r_0 - r) + v_0^2 rr_0}} dr. \quad (12.207)$$

Abychom dostali pohybovou rovnici, měli bychom odtud vyjádřit  $r$ .  
Provedením substituce

$$x = r(r_0 v_0^2 - 2GM) + 2GM r_0, \quad (12.208)$$

$$r = \frac{x - 2GM r_0}{r_0 v_0^2 - 2GM},$$

obdržíme diferenciál

$$dx = (r_0 v_0^2 - 2GM) dr. \quad (12.209)$$

Odtud, dosazením do (12.207), máme

$$t = \int_r^{r_0} \sqrt{\frac{r_0(x - 2GM r_0)}{x(r_0 v_0^2 - 2GM)}} dr = \int_r^{r_0} \sqrt{\frac{r_0(x - 2GM r_0)}{x(r_0 v_0^2 - 2GM)^2}} dx =$$

$$= \frac{\sqrt{r_0}}{r_0 v_0^2 - 2GM} \int_r^{r_0} \sqrt{1 - \frac{2GM r_0}{x}} dx \quad (12.210)$$

Poslední integrál můžeme snadno převést substitucí

$$y^2 = \frac{x - 2GM r_0}{x},$$

$$x = \frac{2GM r_0}{1 - y^2}, \quad (12.211)$$

$$dx = \frac{4GM r_0 y}{(y^2 - 1)^2} dy,$$

na integrál racionální lomené funkce

$$t = \frac{\sqrt{r_0}}{r_0 v_0^2 - 2GM} \int_r^{r_0} \sqrt{1 - \frac{2GM r_0}{x}} dx = \frac{4GM \sqrt{r_0^3}}{r_0 v_0^2 - 2GM} \int_r^{r_0} \frac{y^2}{(y^2 - 1)^2} dy, \quad (12.212)$$

jejíž expanzí dostaneme výsledek

$$\begin{aligned} t &= \frac{4GM \sqrt{r_0^3}}{r_0 v_0^2 - 2GM} \int_r^{r_0} \frac{1}{4(y-1)^2} + \frac{1}{4(y+1)^2} + \frac{1}{4(y-1)} - \frac{1}{4(y+1)} dy = \\ &= \frac{GM \sqrt{r_0^3}}{2GM - r_0 v_0^2} \left[ \frac{1}{y-1} + \frac{1}{y+1} - \ln \left| \frac{y-1}{y+1} \right| \right]_r^{r_0}. \end{aligned} \quad (12.213)$$

Odsostituováním dostáváme hledanou pohybovou rovnici:

$$t = \frac{GM \sqrt{r_0^3}}{2GM - r_0 v_0^2} \left[ \frac{1}{\sqrt{\frac{r(r_0 v_0^2 - 2GM)}{r_0 v_0^2 - 2GM} - 1}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{r(r_0 v_0^2 - 2GM)}{r_0 v_0^2 - 2GM} + 1}} - \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{r(r_0 v_0^2 - 2GM)}{r_0 v_0^2 - 2GM} - 1}}{\sqrt{\frac{r(r_0 v_0^2 - 2GM)}{r_0 v_0^2 - 2GM} + 1}} \right| \right]_r^{r_0} \quad (12.214)$$

Naším úkolem nyní bude vyjádřit z této rovnice proměnnou  $r(t)$ :

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\sqrt{\frac{r(r_0 v_0^2 - 2GM)}{r_0 v_0^2 - 2GM} - 1}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{r(r_0 v_0^2 - 2GM)}{r_0 v_0^2 - 2GM} + 1}} - \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{r(r_0 v_0^2 - 2GM)}{r_0 v_0^2 - 2GM} - 1}}{\sqrt{\frac{r(r_0 v_0^2 - 2GM)}{r_0 v_0^2 - 2GM} + 1}} \right| = \\ &= \frac{GM \sqrt{r_0^3}}{2GM - r_0 v_0^2} \left( \frac{1}{\sqrt{\frac{r_0(r_0 v_0^2 - 2GM)}{r_0 v_0^2 - 2GM} - 1}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{r_0(r_0 v_0^2 - 2GM)}{r_0 v_0^2 - 2GM} + 1}} - \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{r_0(r_0 v_0^2 - 2GM)}{r_0 v_0^2 - 2GM} - 1}}{\sqrt{\frac{r_0(r_0 v_0^2 - 2GM)}{r_0 v_0^2 - 2GM} + 1}} \right| \right) - t \end{aligned} \quad (12.215)$$

Řešení budeme provádět per partes postupným odsostituováním.

Nechť

$$z = \sqrt{\frac{r(r_0 v_0^2 - 2GM)}{r(r_0 v_0^2 - 2GM) + 2GM r_0}} \quad (12.216)$$

a  $k$  označíme první člen na pravé straně (12.215).  
Řešení předpokládáme ve tvaru  $z = f(t)$ , takže

$$r = \frac{2GM r_0 f^2(t)}{(r_0 v_0^2 - 2GM)(1 - f^2(t))} \quad (12.217)$$

Potom můžeme rovnici (12.215) zapsat jako

$$\frac{2z}{z^2 - 1} + \ln(z - 1) - \ln(z + 1) = k - t, \quad (12.218)$$

neboli

$$e^{z^2 - 2z + c} = \frac{z - 1}{z + 1}, \quad (12.219)$$

kde  $c = k - t - 1$ .

Tento typ rovnic je však bohužel analyticky neřešitelný a proto nelze nalézt obecný tvar pohybové rovnice cytonu jakožto  $\mathbf{r} = f(\mathbf{v}_0, \mathbf{r}_0, t)$ , ale jedině jako  $t = f(\mathbf{v}_0, \mathbf{r}_0, \mathbf{r})$ .

Existuje sice možnost rozvinout exponenciálu či logaritmus v Taylorovu řadu a transformovat tak nealgebraickou rovnici na algebraickou, nutnost omezit se pouze na prvních několik členů řady však povede k pouze přibližným výsledkům.

Fakt, že jsme nuceni pracovat v  $t$ -prostoru na místo  $r$ -prostoru, jak je běžné v negravitačních kvantových teoriích, nám ale ve skutečnosti příliš nevádí vzhledem k tomu, že se zajímáme právě o rozdíl časů, s jakým do zvoleného bodu prostoru dorazí jednotlivé složky páru cyton – paracyton.

Kvantový popis gravitace v dynamické teorii cytoprostoru tak zároveň ukazuje na nemožnost nalezení přesného řešení pohybové rovnice

gravitonu, takže nelze přesně stanovit, v jakém bodě cytoprostoru se nalézá vybraný graviton ve zvoleném čase.

Dynamická teorie cytoprostoru však umí dát dosti přesnou odpověď na obrácenou otázku, tj. kdy se bude vybraný graviton nalézat ve zvoleném bodě cytoprostoru.

Čas, který potřebuje cyton k překonání vzdálenosti  $r_1 - r$  proti směru gradientu gravitačního pole, poté, co proletěl centrálním tělesem, bude dán vztahem

$$t = \int_{r_c}^{r_1} \sqrt{\frac{rr_1}{2GM(r_1 - r) + v^2 rr_1}} dr, \quad (12.220)$$

kde rychlost  $v$  je určena vztahem (12.205), kam za  $r$  musíme dosadit poloměr  $x$  centrálního tělesa. Máme tedy

$$v = \sqrt{\frac{2GM(r_0 - x) + v_0^2 xr_0}{xr_0}}. \quad (12.221)$$

Celkový čas, který cyton potřebuje k průletu Schwarzschildovým polem z bodu  $r_0$  do bodu  $r_1$  tak je

$$t = \int_x^{r_0} \sqrt{\frac{rr_0}{2GM(r_0 - r) + v_0^2 rr_0}} dr + \frac{2x}{\sqrt{\frac{2GM(r_0 - x) + v_0^2 xr_0}{xr_0}}} +$$

$$+ \int_x^{r_1} \sqrt{\frac{rr_1}{2GM\left((r_1 - r) + \frac{(r_0 - x) + v_0^2 xr_0}{xr_0} rr_1\right)}} dr \quad (12.222)$$

kde prozatím zjednodušeně předpokládáme, že uvnitř centrálního tělesa se cyton pohybuje rovnoměrným pohybem s rychlostí  $v$ . Toto zjednodušení je oprávněné pouze pro Schwarzschildovskou černou

díru, kde centrálním tělesem je singularita nulových rozměrů, či pro gravitační vlnu, kde centrální těleso chybí úplně. U centrálního tělesa nenulových rozměrů toto zjednodušení samozřejmě oprávněné není. Pro přesné stanovení doby průletu centrálním tělesem je potřeba provést následující konstrukci: Uvnitř centrálního tělesa je závislost gravitační síly na vzdálenosti od středu určena diferenciální rovnicí

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = -kr, \quad (12.223)$$

která má obecné řešení

$$r = x \cos(\omega\tau),$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (12.224)$$

System se tedy chová jako lineární harmonický oscilátor a pro dobu průletu centrálním tělesem bude platit vztah

$$t = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \pi \sqrt{\frac{x}{g}} = \pi \sqrt{\frac{x^3}{GM}}. \quad (12.225)$$

Hamiltonián systému je

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} kx^2. \quad (12.226)$$

Abychom zjistili dobu průletu při nenulové počáteční rychlosti  $v$ , rozšíříme fyzické centrální těleso na virtuální nadtěleso poloměru  $r \geq x$ .

Položíme tedy

$$H = \frac{1}{2} kr^2. \quad (12.227)$$



Máme tak rovnost

$$mv^2 = k(r^2 - x^2), \quad (12.228)$$

neboli

$$v^2 = g(r - x), \quad (12.229)$$

kde  $g$  je intenzita gravitačního pole v místě  $x$ , kde počítáme rychlost. Na místo skutečného harmonického pohybu s nenulovou počáteční rychlostí, tak vlastně počítáme jakýsi rozšířený harmonický pohyb s nulovou počáteční rychlostí.

Ze vztahu ( 12.229 ) ihned dostáváme

$$r = \frac{v^2}{g} + x, \quad (12.230)$$

$$v^2 = g(r_0 - x).$$

Testovací částice pak do bodu  $x$  dospívá již s obecně nenulovou počáteční rychlostí, čehož jsme chtěli docílit.

Dosazením tohoto výsledku do ( 12.224 ) ihned vidíme, že v bodě  $x$  platí

$$x = \frac{v^2 + gx}{g} \cos\left(\sqrt{\frac{g}{x}}\tau\right), \quad (12.231)$$

odkud

$$\tau = \sqrt{\frac{x}{g}} \arccos\left(\frac{gx}{gx + v^2}\right). \quad (12.232)$$

Parametr  $\tau$  nám zde vyjadřuje dobu trvání části harmonického kmitu, kdy se cyton pohybuje mezi body  $r$  a  $x$ .

Protože na druhé straně virtuálního nadtělesa je situace přesně

symetrická, musíme od celkové doby trvání rozšířeného harmonického pohybu odečíst dvojnásobek této doby, abychom dostali hledanou dobu průletu fyzickým tělesem:

$$\begin{aligned}
 t &= \pi \sqrt{\frac{rx^2}{GM}} - 2 \sqrt{\frac{x^3}{GM}} \arccos \left( \frac{GM}{GM + xv^2} \right) = \\
 &= \pi \frac{\sqrt{x^3 (v^2 x + GM)}}{GM} - 2 \sqrt{\frac{x^3}{GM}} \arccos \left( \frac{GM}{GM + xv^2} \right).
 \end{aligned}
 \tag{12.233}$$

Neboli, vyjádřením rychlosti  $v$  ze vztahu ( 12.205 )

$$t = \pi \frac{\sqrt{x^3 \left( \frac{2GM(r_0 - x) + v_0^2 xr_0}{xr_0} x + GM \right)}}{GM} - 2 \sqrt{\frac{x^3}{GM}} \arccos \left( \frac{GM}{GM + x \frac{2GM(r_0 - x) + v_0^2 xr_0}{xr_0}} \right)
 \tag{12.234}$$

Přesné vyjádření doby průletu polem tedy zní

$$\begin{aligned}
 t &= \int_x^{r_0} \sqrt{\frac{rr_0}{2GM(r_0 - r) + v_0^2 rr_0}} dr + \int_x^{r_1} \sqrt{\frac{rr_1}{2GM \left( (r_1 - r) + \frac{(r_0 - x) + v_0^2 rr_0}{r_0} r_1 \right)}} dr + \\
 &+ \pi \frac{\sqrt{x^3 \left( \frac{2GM(r_0 - x) + v_0^2 xr_0}{r_0} + GM \right)}}{GM} - 2 \sqrt{\frac{x^3}{GM}} \arccos \left( \frac{GM}{GM + \frac{2GM(r_0 - x) + v_0^2 xr_0}{r_0}} \right).
 \end{aligned}
 \tag{12.235}$$

## Kvantování gravitačního pole

Vyjdeme z pohybové rovnice ( 12.218 ) a budeme hledat její řešení rozvinutím logaritmu v Taylorovu řadu v okolí bodu  $r_1$ , pro který již umíme spočítat čas  $t$  ze vztahu ( 12.235 ):

$$t = k - \frac{2z}{z^2 - 1} - \ln \frac{(r_1 - 1)}{(r_1 + 1)} + \sum_{i=1}^{\infty} \left[ (-1)^i \frac{(z - r_1)^i}{i(r_1 - 1)} + (-1)^{i+1} \frac{(z - r_1)^i}{i(r_1 + 1)} \right] \quad (12.236)$$

V okolí  $\Delta t$  bodu  $t$ , tak rovnice ( 12.236 ) určuje střední hodnotu vlnové funkce cytonu. Dosazením  $z$  ( 12.217 ) tak dostáváme

$$\langle \psi \rangle = \langle \psi | \hat{r} | \psi \rangle = \frac{2GM r_0 z^2}{(r_0 v_0^2 - 2GM)(1 - z^2)}. \quad (12.237)$$

Obdobně, pro paracyton bude platit

$$\langle \bar{\psi} \rangle = \langle \bar{\psi} | \hat{r} | \bar{\psi} \rangle = \frac{2GM r_2 z^2}{(r_2 v_0^2 - 2GM)(1 - z^2)}. \quad (12.238)$$

Označme rozdíl středních hodnot polohy cytonu a paracytonu v čase  $t$  jako

$$\Delta \langle \psi_{(t)} \rangle = \langle \psi_{(t)} \rangle - \langle \bar{\psi}_{(t)} \rangle. \quad (12.239)$$

Nyní stanovíme intenzitu gravitačního pole v místě  $r_1$  z kvantové teorie gravitace:

- 1) Vybereme si cytoprostorovou buňku a spočteme pro ni fázový rozdíl  $\Delta t$  cytonového páru bez přítomnosti pole.
- 2) Nyní vypočteme pro jednotlivé komponenty cytonového páru s tímto fázovým rozdílem hodnoty  $t$  pro tutéž buňku, za přítomnosti pole a stanovíme jejich rozdíl  $\delta t \neq 0$ .
- 3) Intenzitu gravitačního pole v tomto místě určíme následující konstrukcí: Stanovíme dráhový rozdíl

$$\delta s \approx v \cdot \delta t = \delta t \sqrt{\frac{2GM(r_0 - x) + v_0^2 x r_0}{x r_0}}, \quad (12.240)$$

kde přibližnou rovností zdůrazňujeme, že na subplanckovských vzdálenostech počítáme s rychlostí cytonu jako s konstantou. Oprava na zrychlený pohyb cytonu, by na tomto intervalu přinesla natolik zanedbatelné zpřesnění výsledku a vzhledem k subplanckovským vzdálenostem by byla rovněž i obtížně fyzikálně zdůvodnitelná, takže v dalším textu nahradíme přibližnou rovnost běžnou rovností.

Pro změnu rychlosti tělesa v místě  $r_1$  po uplynutí Planckova času tedy platí

$$\delta u = \frac{\delta s}{t_h}, \quad (12.241)$$

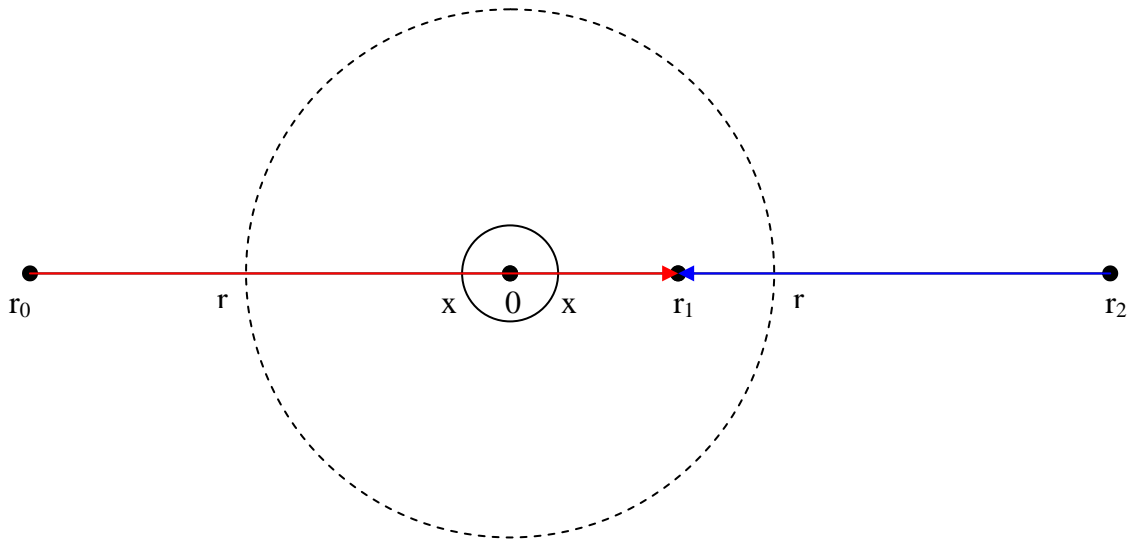
odkud plyne hodnota intenzity gravitačního pole

$$g = \frac{\delta u}{t_h} = \frac{\delta t}{t_h^2} \sqrt{\frac{2GM(r_0 - x) + v_0^2 x r_0}{x r_0}}. \quad (12.242)$$

Po dosazení z ( 12.235 ) a ( 12.207 ) tak získáme konečný výsledek

$$g = \frac{1}{t_h^2} \sqrt{\frac{2GM(r_0 - x) + v_0^2 x r_0}{x r_0}} \cdot \left( \int_x^{r_0} \sqrt{\frac{r r_0}{2GM(r_0 - r) + v_0^2 r r_0}} dr + \int_x^{r_1} \sqrt{\frac{r r_1}{2GM \left( (r_1 - r) + \frac{(r_0 - x) + v_0^2 r r_0}{r_0} r_1 \right)}} dr + \right. \\ \left. + \pi \frac{\sqrt{x^3 \left( \frac{2GM(r_0 - x) + v_0^2 x r_0}{r_0} + GM \right)}}{GM} - 2 \sqrt{\frac{x^3}{GM}} \arccos \left( \frac{GM}{GM + \frac{2GM(r_0 - x) + v_0^2 x r_0}{r_0}} \right) - \right. \\ \left. - \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{\frac{r r_0}{2GM(r_0 - r) + v_0^2 r r_0}} dr \right). \quad (12.243)$$

Obr. 12.59



Gravitonu

$$\Psi = \varphi_0 \cdot e^{i(\mathbf{kr} - \omega t)} = g \cdot r_1 \cdot e^{\frac{i}{\hbar}(Et - \mathbf{pr})} \quad (12.244)$$

pak přísluší hamiltonián

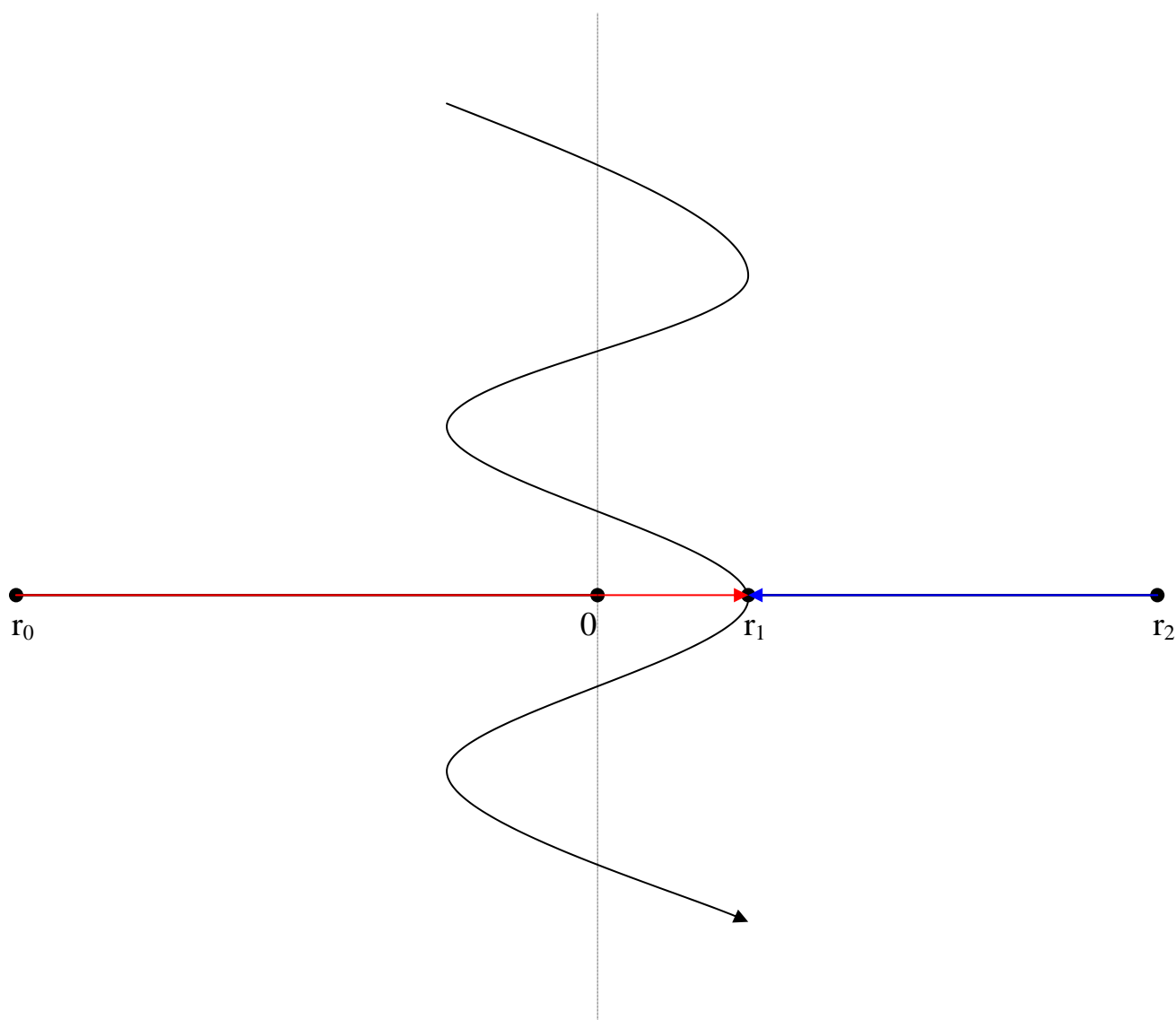
$$\hat{H} = \frac{\Delta \langle \psi_{(t)} \rangle}{t_h^2} \sqrt{\frac{2GM(r_0 - r_1) + v_0^2 r_1 r_0}{r_1 r_0}} \cdot \left( \int_{r_1}^{r_0} \sqrt{\frac{rr_0}{2GM(r_0 - r) + v_0^2 rr_0}} dr + \pi \frac{\sqrt{r_1^3 \left( \frac{2GM(r_0 - r_1) + v_0^2 r_1 r_0}{r_0} + GM \right)}}{GM} - 2\sqrt{\frac{r_1^3}{GM}} \arccos \left( \frac{GM}{GM + \frac{2GM(r_0 - r_1) + v_0^2 r_1 r_0}{r_0}} \right) - \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{\frac{rr_0}{2GM(r_0 - r) + v_0^2 rr_0}} dr \right) \quad (12.245)$$

neboli

$$\begin{aligned}
\hat{H} = & \frac{\Delta \langle \psi(t) \rangle}{t_h^2} \sum_{|j-i|=l_h}^{6 \cdot 10^{186}} \left\{ \sqrt{\frac{2\varphi_0 \left( \Delta \langle \psi(t) \rangle_i \right) + v_0^2 \langle \psi(t) \rangle_j \langle \psi(t) \rangle_i}{\langle \bar{\psi}(t) \rangle_j \langle \psi(t) \rangle_i}} \right. \\
& \cdot \left[ \int_{\langle \psi(t) \rangle_j}^{\langle \psi(t) \rangle_i} \sqrt{\frac{\langle \psi(t) \rangle \langle \psi(t) \rangle_i}{2\varphi_0 \left( \langle \psi(t) \rangle_i - \langle \psi(t) \rangle \right) + v_0^2 r \langle \psi(t) \rangle_i}} d \langle \psi(t) \rangle + \right. \\
& \left. \left. + \pi \frac{\sqrt{\langle \psi(t) \rangle_j^3 \left( \frac{2\varphi_0 \left( \Delta \langle \psi(t) \rangle \right) + v_0^2 \langle \psi(t) \rangle_j \langle \psi(t) \rangle_i}{\langle \psi(t) \rangle_i} + \varphi_0 \right)}}{\varphi_0} \right. \right. \\
& \left. \left. - 2 \sqrt{\frac{\langle \psi(t) \rangle_j^3}{\varphi_0}} \arccos \left( \frac{\varphi_0}{\varphi_0 + \frac{2\varphi_0 \left( \Delta \langle \psi(t) \rangle \right) + v_0^2 \langle \psi(t) \rangle_j \langle \psi(t) \rangle_i}{\langle \psi(t) \rangle_i}} \right) \right] \right\} \quad (12.246)
\end{aligned}$$

Vidíme, že gravitony se tvoří jako kvazičástice na pozadí kvantované struktury cytoprostoru.

Obr. 12.60



Prostoročas vzniká teprve na pozadí cytoprostoru, stejně jako se např. obraz tvoří na pozadí LCD displeje. Gravitační pole tak vzniká teprve uvnitř prostoročasu jako důsledek zcela určité aktivity (sekundární cytorezonance) uvnitř cytoprostoru, jako ostatně vše, co můžeme přímo měřit a pozorovat. Uvnitř cytoprostoru se žádné gravitony, fotony, ani jiné prostoročasové částice nevyskytují a nepohybují. Uvnitř cytoprostoru se pohybují pouze cytorezonanční kvazičástice zvané cytony, jejich rychlost je vskutku závratná -  $6 \cdot 10^{132}$  m/s.

## Původ setrvačných sil

Inerciální pohyb je pohyb po geodetice. Jakýkoliv pokus o vychýlení tělesa z geodetiky vyžaduje kladnou práci (neboť pohyb po geodetice je vždy energeticky nejvýhodnější, jak plyne z variačního odvození Einsteinových rovnic), a to je spojeno s působící silou.

Geometrie prázdného prostoročasu by měla být Minkowského plochou geometrií a geodetiky v ní jsou přímky. V prostoročase vyplněném hmotou jsou geodetikami obecně křivky. Přesto by v obou dvou typech prostoročasu mělo platit, že pokus o vychýlení hmotného tělesa z geodetiky bude vždy spojen s vykonáním nenulové práce a práce je integrálem síly.

Kosmická loď, cestující jinak prázdným prostoročasem a odvrhující palivo, bude na základě zákona zachování hybnosti pociťovat setrvačnou sílu. Není podstatné, že se jedná o setrvačnou sílu, kterou klade prostor tělesu odpor vůči urychlování, neboť svoji rychlost, ani její okamžitou časovou změnu není v tomto případě k čemu vztáhnout. Pojmy rychlost a zrychlení budou v prázdném prostoru prázdnými pojmy, neboť v prázdném prostoru nelze definovat trajektorii tělesa a tudíž není co derivovat podle času. To ale nic nemění na tom, že tělesa budou pociťovat setrvačnou sílu.

Zajímavější jsou neinerciální systémy, v nichž jsou velikosti první a druhé časové derivace dráhy nenulové a navíc časově invariantní. Na takovéto systémy působí síla, která nemá svůj původ v zákonech zachování hybnosti a energie (soustava nespoteřovává energii, nekoná práci a nikam nic neodhazuje, přesto na ní působí hned několik druhů sil, včetně Coriolisovy).

Je třeba zdůraznit, že neinerciální pohyb je nutno vztahovat k prostoru jako takovému, nikoliv k nějaké soustavě hmotných bodů či těles - viz Newtonovo vědro: Mějmež inerciální vědro s vodou – voda i vědro jsou vůči sobě v klidu a hladina vody je plochá. Roztočíme-li vědro, bude vzhledem k vodě rotovat, ale voda ve vědru bude v klidu vzhledem k prostoru, takže hladina zůstane plochá. Jakmile se vlivem tření přenesou po čase rotace vědra i na vodu a oba budou rotovat stejnou úhlovou rychlostí, bude nyní sice voda opět v klidu vzhledem



ke vědru, oba budou však rotovat vzhledem k prostoru a hladina vody bude nyní vydutá. Když vědro nyní zastavíme, bude voda ještě nějaký čas vzhledem ke vědru i k prostoru rotovat a hladina zůstane vydutá. Jakmile se vlivem tření voda zastaví, bude opět voda v klidu vzhledem ke vědru - hladina bude plochá.

Z těchto příkladů je patrné, že setrvačné síly nemají žádnou souvislost s relativními pohyby hmotných těles vůči sobě, ale vztahují se k samotnému prostoru, přičemž tímto příkladem se Newton snažil dokázat existenci absolutního prostoru. Tento jednoduchý příklad z naší každodenní zkušenosti podle něho jasně ukazuje na existenci statického pozadí, k němuž lze vztahovat derivace vektorů rychlosti.

V teorii relativity byla představa absolutního prostoru zavržena a nahrazena Lorentzovou transformací. V STR se např. ukazuje (viz 11. kapitola), že v rotující soustavě souřadné se mění geometrie prostoročasu pouze vlivem rotace – i bez přítomnosti hmotných objektů a gravitace. Přitom nepotřebujeme uvažovat žádná zrychlení a síly – vystačíme s pouhou Lorentzovou transformací délek. To však neznamena nic jiného, než nahrazení záhady setrvačnosti hlubší záhadou – záhadou Lorentzovy transformace.

Příklad s vědrem dokazuje, že neinerciální pohyby mají hlubší souvislost se strukturou prostoru, vzhledem k němuž se rotace kapaliny ve vědru vztahuje. Newton dokazuje, že relativní pohyb kapaliny a vědra není pro výsledek experimentu podstatný. Zato relativní pohyb kapaliny vzhledem k prostoru má dramatický vliv na její chování. Zatímco v OTR je pojem absolutního prostoru/prostoročasu prázdným pojmem, např. v teorii smyčkové kvantové gravitace prožívá překvapivou renesanci. To ukazuje na fakt, že jediné důsledně kvantové teorie prostoročasu mohou vést k vysvětlení záhady setrvačnosti.

V dynamické teorii cytoprostoru je setrvačnost popsána s pomocí kvantové gravitace těles. Přirozenou snahou Blandria je udržet všechna tělesa ve statické rovnováze vzhledem k cytoprostoru. Přítomnost polí však může tuto statickou rovnováhu narušit, a to mechanismy, z nichž některé byly popsány výše a k těm zbylým se

dostaneme v následujících odstavcích. Přítomnost vnějších polí vede k posunu polohy kvantionů uvnitř testovací částice přesně tak, jak to bylo popsáno v předcházejících odstavcích. Otázkou ovšem zůstává, co způsobuje setrvačný pohyb testovací částice i poté, kdy již vnější pole přestala působit. Při hledání odpovědi je potřeba si uvědomit, jak se změní charakter vlastního gravitačního pole testovací částice poté, co byla vnějšími poli uvedena do pohybu. Cytony, nalétávající ve směru pohybu testovací částice (ve směru výslednice vnějších sil) jsou vnějším polem urychleny, cytony nalétávající v protisměru jsou naopak zpomaleny. To vede v okamžiku jejich srážky k asymetrii, která se projeví v anizotropii následné sekundární cytorezonance, šířící se z místa kolize (deaktivace exponované buňky a zánik kvantionu). Tato anizotropie se projeví transformací vektoru cytonové parity ihned poté, kdy do pole sekundární cytorezonance vstoupí další cytonový pár. Vektor cytonové parity je nepatrně posunut ve prospěch směru šíření testovací částice. To ale v praxi znamená indukci další anizotropie, neboť transformace vektoru cytonové parity není nic jiného, než asymetrie v rychlostech cytonu a paracytonu v okamžiku kolize. Podstatou setrvačnosti je tedy gravitační indukce dobře popsatelná kvantovou teorií gravitace vybudovanou v předešlém odstavci.

Vnější gravitační pole vykoná za dobu  $dt$  na testovací částici hmotnosti  $m$  práci

$$dE = Fdr = mgv_g dt, \quad (12.247)$$

neboť částice za tento časový interval urazí vzdálenost

$$dr = v_g dt. \quad (12.248)$$

Platí tedy

$$dE = \frac{dE}{dk} dk = \hbar v_g dk, \quad (12.249)$$

kde  $dk$  je změna  $k$  odpovídající změně energie. Srovnání (12.247)

a ( 12.249 ) dává

$$mgv_g dt = \hbar v_g dk, \quad ( 12.250 )$$

čili

$$mg = \hbar \frac{dk}{dt}. \quad ( 12.251 )$$

Pro zrychlení vlnového klubka plyne z ( 12.183 )

$$\frac{dv_g}{dt} = \frac{\partial v_g}{\partial k} \frac{dk}{dt} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \quad ( 12.252 )$$

a z ( 12.251 ) máme

$$\frac{dk}{dt} = \frac{mg}{\hbar}. \quad ( 12.253 )$$

Je tedy

$$\frac{dv_g}{dt} = \frac{mg}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2}. \quad ( 12.254 )$$

Srovnáním ( 12.254 ) a Newtonova druhého zákona

$$m \frac{dv}{dt} = mg \quad ( 12.255 )$$

vidíme, že oba výsledky budou shodné, pakliže veličina

$$m = \frac{\hbar^2}{\frac{\partial^2 E}{\partial k^2}} \quad ( 12.256 )$$

představuje tzv. setrvačnou hmotnost částice uvnitř mřížky.

## Unitarizace

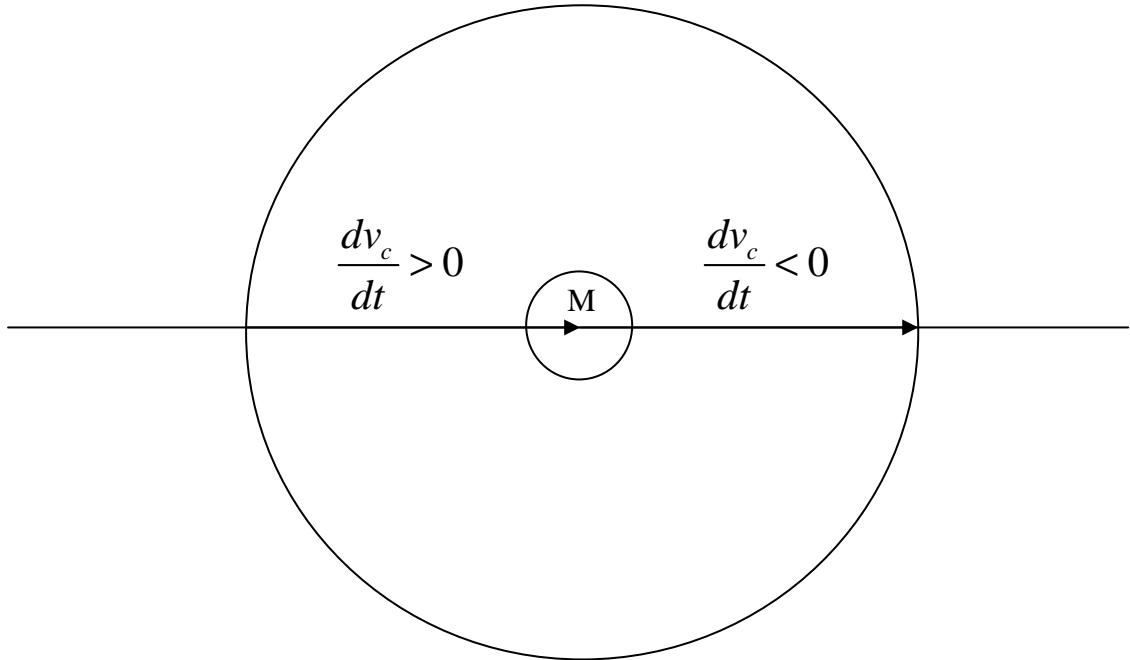
V přírodě se sotva setkáme s polem, které je čistě jen gravitační, nebo zas čistě jen elektrostatické apod. Všechna reálná pole jsou v podstatě jakousi směsicí různých druhů polí a záleží na tom, který druh zrovna převažuje. Zatímco vibrační módy jsou amorfní, či všesměrové, rotační módy jednotlivých brán se mohou navzájem sčítat, nebo naopak kompenzovat, čímž vznikají pole nejrůznějších druhů.

To je rozdíl mezi klasickým přístupem, kde se fyzika snaží jaksi vybudovat kvantovou teorii prostoročasu na pozadí prostoročasu, a radikálně novým pohledem na věc, který přináší cytoprostor. Je jasné, že klasický přístup se nemá o co opřít, neboť v něm jaksi chybí místo pro pevný opěrný bod. Cosi se někde z nejasných příčin deformuje, přičemž není známo ani na pozadí čeho ty deformace vlastně modelovat a k čemu je vztahovat. S pomocí kovariantních derivací a tenzorové algebry se to jakž takž daří popsat na klasické úrovni tím, že se nejprve definoval tzv. plochý prostoročas, a na něm se pak zkoumají různé další možné geometrie. Protože ale ve skutečnosti nikdo neví, co že to ten prostoročas je, nelze ani říci, co že jej to vlastně deformuje a jakým mechanismem to přesně probíhá. Deformuje snad prostoročas sám sebe? Je hmota druhem pole, nebo je pole něčím radikálně odlišným od hmoty která jej vytváří? Na tyto a mnohé další otázky nedokázala fyzika před vznikem teorie cytoprostoru dátí uspokojivou odpověď.

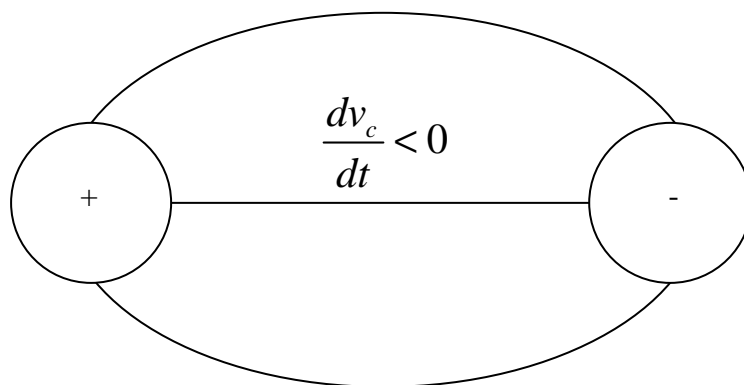
Podstatu unitarizace pole lze shrnout do následujících bodů (viz obr. 12.61 – 12.64):

- 1) **Gravitace (setrvačnost):** kladná a záporná nepodmíněná polarizace cytoprostoru.
- 2) **Elektromagnetismus:** kladná nebo záporná podmíněná polarizace cytoprostoru
- 3) **Silná interakce:** záporná podmíněná polarizace cytoprostoru.

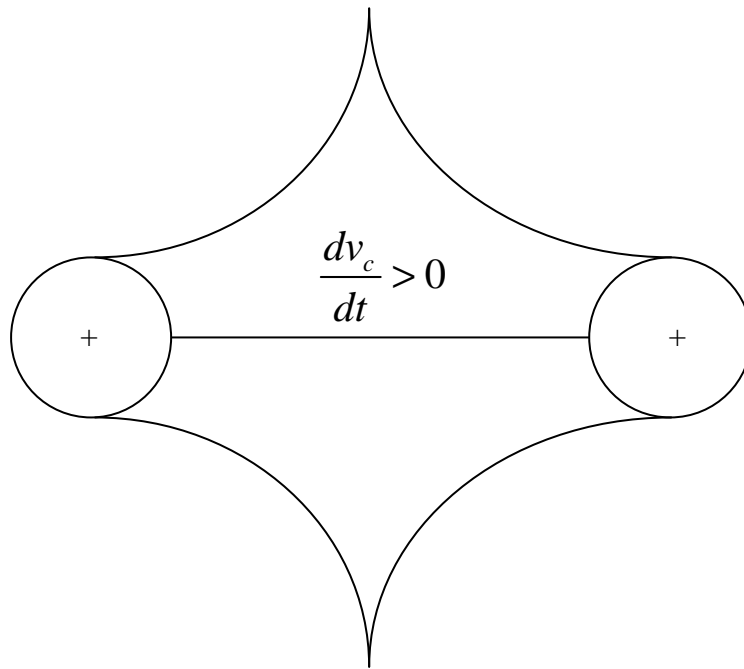
Obr. 12.61



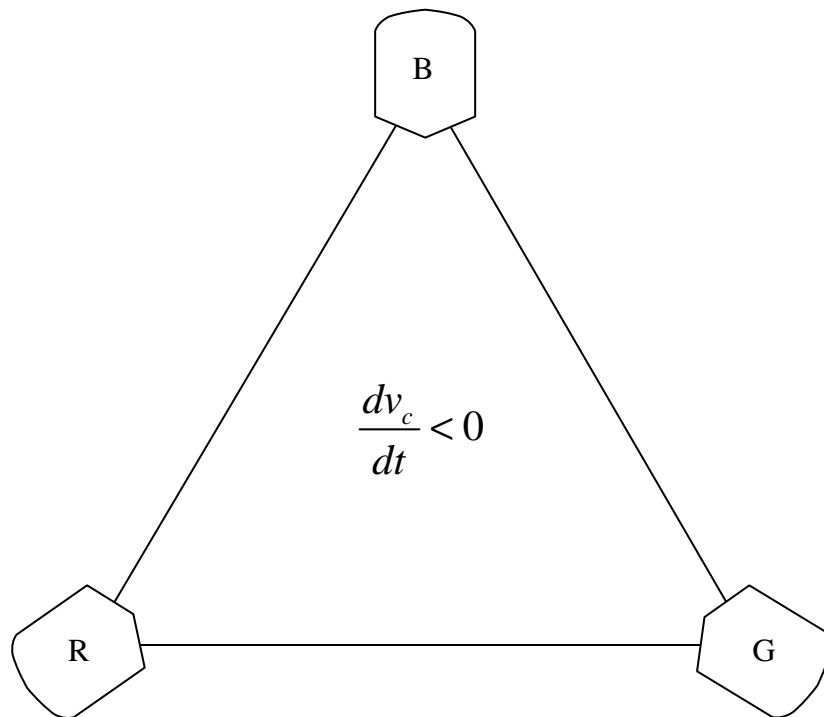
Obr. 12.62



Obr. 12.63



Obr. 12.64



## **Kosmologie**

### **Podstata a původ temné energie, zrychlené rozpínání prostoru**

Narušení některých prostoročasových symetrií v kvantových teoriích gravitace s diskrétní strukturou prostoročasu, může v konečném důsledku vést k narušení zákonů zachování a vyvěrání energie jakoby z „ničeho“, jak jsme tomu svědky v případě temné energie.

Megaskopicky je přitom toto narušení důsledkem dodávání energie z extracytoprostoru do cytoprostoru. Zmíněné narušení symetrie je tak důsledkem nikoliv lokální fyziky, ale celkové globální struktury cytoprostoru.

Periodická celulární kvantová struktura cytoprostoru je ve skutečnosti určena synchronizovaným prouděním cytonových vln napříč cytoprostorem. Celý cytoprostor tak běží na určité frekvenci. Gravitační a jiná pole sekundární cytozonance pak způsobují lokální zpomalování těchto proudů, čímž vlastně efektivně deformují cytoprostorové buňky.

Výpočty konané na pozadí pevného cytoprostoru s proměnnou rychlostí jednotlivých cytonů, však vedou ke stejným výsledkům a formálně se zdají být jednoduššími, než kdybychom operovali v cytoprostoru s proměnlivou metrikou.

### **Zrychlená expanze**

Při ověřování kosmologických modelů je největším problémem měření vzdáleností. V rámci sluneční soustavy můžeme využít radarových odrazů a trigonometrických metod. U nejbližších hvězd lze vzdálenost určit z paralaxy hvězdy. U vzdálenějších hvězd je ale paralaxa již neměřitelná. Vzdálenost relativně blízkých galaxií lze určit metodou cefeid. Cefeidy jsou proměnné hvězdy se známou závislostí periody a svítivosti. Ze známé periody můžeme dopočítat svítivost a ze zdánlivé magnitudy na obloze poté určit vzdálenost

příslušné cefeidy, a tím i mateřské galaxie. U velmi vzdálených galaxií již ale cefeidy nerozlišíme a metoda opět selhává.

V kosmologických měřítkách byly do konce 20. století prováděny jen hrubé odhady vzdálenosti. Chyběla „standardní svíčka“, pomocí které by se určovaly vzdálenosti ve vesmíru. Na konci dvacátého století se k určování vzdálenosti začaly používat – jako zdaleka viditelné standardní svíčky – supernovy typu Ia. Supernova typu Ia je závěrečné vývojové stádium těsné dvojhvězdy, ve které dochází k přenosu látky z obra na bílého trpaslíka, který tak zvětšuje svoji hmotnost. Po překročení Chandrasekharovy meze ( $1,4 M_{\odot}$ ) se bílý trpaslík zhroutí do neutronové hvězdy, dojde k explozivnímu termonukleárnímu hoření C, O na  $^{56}\text{Ni}$  v celém objemu trpaslíka a uvolněná potenciální energie se explozivně projeví jako supernova typu Ia. Množství energie je vždy zhruba stejné, takže z relativní pozorované jasnosti lze vypočítat vzdálenost příslušné supernovy. Přesnější hodnoty se pak určí z tvaru světelné křivky (z průběhu nárůstu a poklesu jasnosti). Supernovu typu Ia lze jednoznačně identifikovat podle tvaru jejího spektra. Navíc jsou tyto objekty ve vesmíru relativně časté, v průměrné galaxii dojde ke dvěma explozím za století.

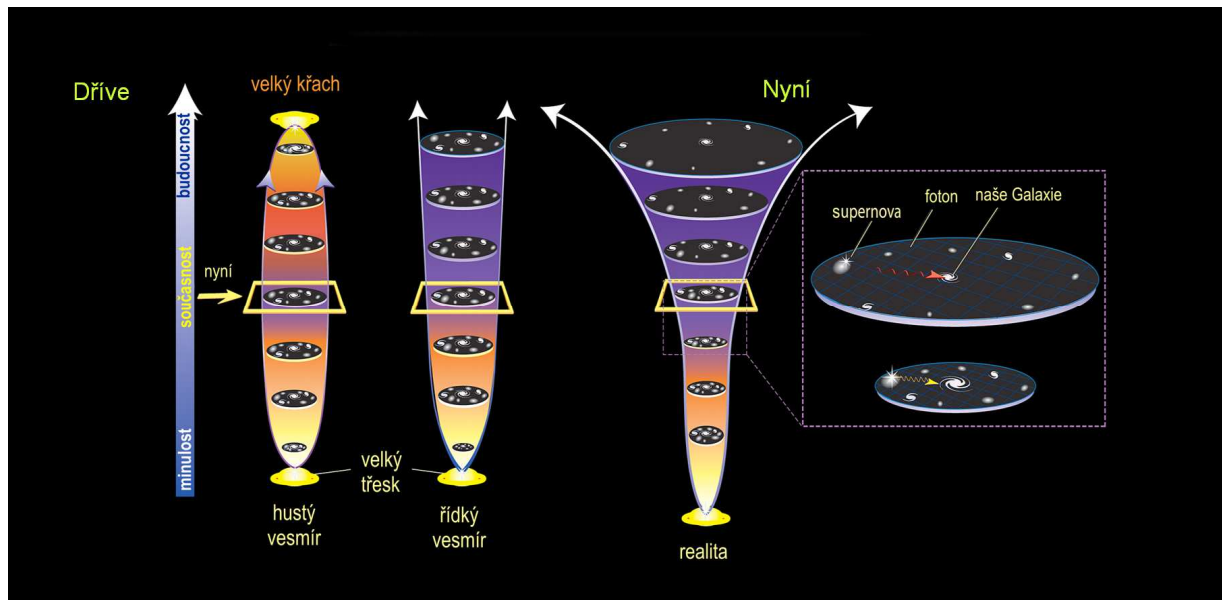
V letech 1998 a 1999 provádělo měření vzdálenosti a červeného kosmologického posuvu (a tím i expanzní funkce) galaxií za pomoci supernov Ia několik nezávislých vědeckých skupin. Jedna z nich (*High- $z$  Supernova Search Team*) byla vedena Adamem Riessellem a Brianem Schmidtem (Space Telescope Science Institute, Baltimore, 1998). Brian Schmidt spolu s Nickem Suntzeffem založili tuto skupinu 20 astronomů z různých institucí, za účelem hledání stop po expanzi vesmíru za pomoci supernov typu Ia s velkým kosmologickým posuvem.

Další nezávislá skupina astronomů (*Supernova Cosmology Project*) byla vedena Saulem Perlmutterem, profesorem fyziky na Kalifornské univerzitě v Berkeley. Perlmutterova skupina publikovala své výsledky na počátku roku 1999.

Obě skupiny na vybraném souboru supernov určovaly dvě veličiny: vzdálenost z jejich skutečné jasnosti (průběhu světelné křivky) a rychlost expanze vesmíru z červeného kosmologického posuvu



spektrálních čar. To umožnilo určit, jak se vesmír rozpínal v různých časových obdobích. Výsledek byl překvapivý – byla zjištěna zrychlená expanze vesmíru. To znamená ve svém důsledku přítomnost temné energie ve vesmíru, která se projevuje záporným tlakem a způsobuje urychlování expanze vesmíru, čili nenulovou hodnotu kosmologické konstanty. Z Perlmutterových i Riessových měření vycházela hustota temné energie kolem 70 % celkové hustoty energie ve vesmíru. Obě zmíněné skupiny měly k dispozici do roku 2003 soubor 230 supernov. Nejvzdálenější použitá supernova byl objekt 1997ff. V posledních letech existuje celá řada projektů vyhledávajících supernovy typu Ia. Tyto objekty byly vyhledávány také v klíčovém projektu HST pro určení Hubbleovy konstanty, i v současných přehlídkových projektech, například projektu GOODS.



Obr. 12.65: Zrychlená expanze vesmíru byla objevena na sklonku roku 1998.

Efekt zrychlené expanze, za jehož původce jsme označili temnou energii, by mohl být způsoben netriviálními dynamickými vlastnostmi vakua, které souvisí s kvantovými procesy. Mohlo by také jít o další neznámou interakci – nové kvantové pole, které se nazývá *kvintesence*. Jinou možností je, že se gravitační interakce na velkých vzdálenostech chová jinak, než jsme si dosud mysleli. Objev zrychlené expanze znamenal v každém případě zcela zásadní změnu v našich názorech na chování vesmíru jako celku na kosmologických

vzdálenostech a otevřel cestu k novým myšlenkám a teoretickým konstrukcím.



**Adam Riess (1969)**

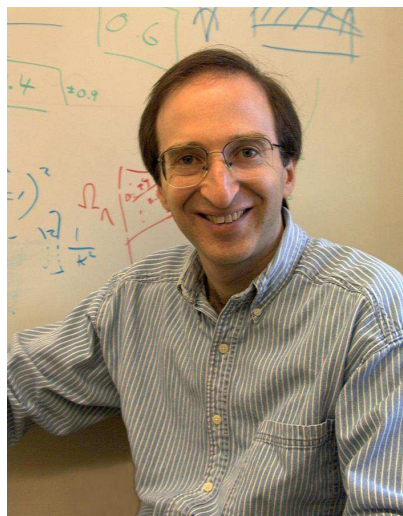


**Brian Schmidt (1967)**



**Nicholas B. Suntzeff (1952)**

Brian Schmidt spolu s Adamem Riessem a Saulem Perlmutterem získali v roce 2011 za objev zrychlené expanze vesmíru Nobelovu cenu. Projekt SCP shromáždil neuvěřitelné množství pozorování, která naznačují, že by temná energie nejpravděpodobněji měla souviset s kvantovými vlastnostmi vakua. Perlmutter je také vedoucím pracovníkem ve skupině, která připravuje sondu SNAP (SuperNova Acceleration Probe), jejímž úkolem by mělo být napozorovat velké množství supernov typu Ia a zpřesnit naše představy o zrychlené expanzi vesmíru.



**Saul Perlmutter (1959)**

## Nestacionární dynamika cytoprostoru

V teorii cytoprostoru, stejně jako v LQG má prostor i čas diskrétní kvantovou strukturu. Elementární atomy prostoru tvoří celulární síť (spinovou pěnu), v níž se Jednotlivé mikrovesmíry mohou vyskytovat pouze uvnitř jednotlivých buněk, tj. v diskrétních oblastech.

Nejrychlejší částice se mohou přelévat z buňky do buňky maximálně rychlostí světla, což jim zabere přesně Planckův čas.

To je na první pohled velmi zvláštní. U elementárních částic jsme si již zvykli na ledacos, dokonce i na to, že se mohou vyskytovat v diskrétních bodech prostoru. Jak si s tím ale poradit u mikrovesmíru, který je přeci věrným soběpodobnostním zobrazením makrovesmíru i s námi samotnými uvnitř? Odpověď je nasnadě. V mikrovesmírech plyne čas jinak – na konci své existence, která přitom trvá z hlediska extracytoprostoru pouhý Planckův čas, mohutně explodují a veškerá jejich energie vyvrže do makrovesmíru v podobě vln sekundární cytorezonance. Elementární částice proto neexistují v prostoročase kontinuálně. Aby se mohly vůbec pohybovat v prostoru – přelévat z buňky do buňky, z pixelu do pixelu – je potřeba je neustále obnovovat s nějakou obnovovací frekvencí (reciproká hodnota Planckova času), podobně, jako blikají jednotlivé body obrazovky. Že při tom vzniká "odpadní" energie, je již nyní také nasnadě.

## Inflace a zrychlená expanze

Lagrangián inflatonového pole  $\varphi$  spolu s kosmologickou metrikou ( 9.326 ) vede k vázaným rovnicím pro gravitaci a pole  $\varphi$ :

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{3}{a} \frac{da}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{dV}{d\varphi} = 0, \quad ( 12.257 )$$

$$\left( \frac{1}{a} \frac{da}{dt} \right)^2 + \frac{1}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \left[ V(\varphi) + \frac{1}{2} \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right],$$

Kde  $V(\varphi)$  je efektivní potenciál. Inflatonové pole  $\varphi$  (což může být

v nejjednodušším případě i Higgsovo skalární pole používané v unitárních kalibračních teoriích, jako je např. supergravitace) přispívá do lagrangiánu členy

$$L_\varphi = \frac{1}{2} \varphi_{;i}^2 - \frac{m^2}{2} \varphi^2 - \frac{\lambda}{4} \varphi^4, \quad (12.258)$$

kde  $m$  je hmotnost a  $\lambda > 0$  je vazebná konstanta pole  $\varphi$ . Tenzor energie-hybnosti tohoto skalárního pole bude mít nenulové pouze diagonální složky rovné

$$\begin{aligned} T_0^0 &= -\varepsilon, \\ T_\alpha^\beta &= p \delta_\alpha^\beta, \end{aligned} \quad (12.259)$$

kde

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2} \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} m^2 \varphi^2, \\ p &= \frac{1}{2} \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 - \frac{1}{2} m^2 \varphi^2. \end{aligned} \quad (12.260)$$

Pokud se pole  $\varphi$  mění dostatečně pomalu, aby

$$\left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \ll m^2 \varphi^2, \quad (12.261)$$

efektivní stavová rovnice bude

$$p = -\varepsilon, \quad (12.262)$$

což povede k deSitterovskému stádiu doprovázenému exponenciální expanzí (srov. s (9.315)).

Inflatonové pole zavádí do lagrangiánu určitý konstantní člen  $C$ , takže výsledný lagrangián je tvaru

$$L_\varphi = kR + C, \quad (12.263)$$

kde

$$k = \frac{c^3}{8\pi G}, \quad (12.264)$$

$$C = 2\Lambda.$$

Pro gravitační pole v OTR, kdy se vyšetřovaný fyzikální systém skládá ze soustavy zdrojových těles a z buzeného gravitačního pole, bude celková akce dána součtem

$$S = S_m + S_g, \quad (12.265)$$

kde

$$S_m = \int L_m(q^a, q_{,i}^a) \sqrt{-g} d\Omega \quad (12.266)$$

je integrál zdrojové části popsané zobecněnými souřadnicemi  $q^a$ , ( $a = 1, 2, \dots, N$ ), a

$$S_g = \int L_g(g^{ik}) \sqrt{-g} d\Omega \quad (12.267)$$

je akce samotného gravitačního pole popsaného složkami metrického tenzoru  $g^{ik}$ . Faktor  $\sqrt{-g}$ , pocházející z křivočarých souřadnic, zaručuje, že se součin  $\sqrt{-g} d\Omega$  při integraci přes čtyřrozměrný objem chová jako invariant.

Lagrangián  $L_g$  musí být skalární funkcí metrického tenzoru  $g^{ik}$  a jeho derivací tak, aby variací vzniklé rovnice pole obsahovaly derivace pouze do prvního řádu. Nejjednodušším takovým skalárem je právě skalární křivost prostoročasu  $R$ , kterou jsme použili ve vztahu (12.263). Variací akce dostáváme výsledek

$$\delta S = -\frac{c^3}{8\pi G} \int \left( R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R - \Lambda g_{ik} \right) \delta g^{ik} \sqrt{-g} d\Omega - \frac{1}{2c} \int T_{ik} g^{ik} \sqrt{-g} d\Omega -$$

$$-\frac{1}{c} \int \left[ \frac{\partial(\sqrt{-g} L_m)}{\partial q^a} - \left( \frac{\partial(\sqrt{-g} L_m)}{\partial q_{,i}^a} \right)_{,i} \right] \delta q^a d\Omega,$$

( 12.268 )

kde

$$T_{ik} \equiv \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\partial(\sqrt{-g} L_m)}{\partial g^{ik}} - \frac{\partial}{x^l} \frac{\partial(\sqrt{-g} L_m)}{\partial g_{,l}^{ik}} \quad ( 12.269 )$$

je tenzor energie-hybnosti zdroje. Variační princip vyžaduje, aby

$$\delta S = 0. \quad ( 12.270 )$$

Variací metriky  $g^{ik}$  pak dostáváme Einsteinovy rovnice gravitačního pole s kosmologickým členem  $\Lambda g_{ik}$ :

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R - \Lambda g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}, \quad ( 12.271 )$$

zatímco variace zdrojových proměnných  $q^a$  vede k rovnicím pohybu negravitačních polí (zdrojové soustavy)

$$\frac{\partial(\sqrt{-g} L_m)}{\partial q^a} - \left( \frac{\partial(\sqrt{-g} L_m)}{\partial q_{,i}^a} \right)_{,i} = 0. \quad ( 12.272 )$$

Inflatonové pole tak efektivně generuje kosmologický člen  $\Lambda g_{ik}$ , který pak v deSitterovském vesmíru způsobuje gravitační odpuzování, jež může dominovat a vést k inflační expanzi.

V časech srovnatelných s Planckovým časem, při hustotách

srovnatelných s Planckovou hustotou, byly v důsledku silných kvantověgravitačních fluktuací polí i metriky prostoročasu všechny hodnoty polí  $\varphi$  zhruba stejně pravděpodobné, takže rozložení pole  $\varphi$  ve vesmíru bylo víceméně chaotické. Proto existovaly oblasti prostoru, v nichž pole  $\varphi$  bylo v důsledku náhodné fluktuace dostatečně silné a přitom téměř homogenní. Pokud navíc rozměry  $\Delta l$  této oblasti překročí velikost deSitterova horizontu s hustotou energie

$$V(\varphi) \geq m_h^4, \quad (12.273)$$

tj.

$$\Delta l \geq \left( \frac{3hc}{8\pi G V(\varphi)} \right)^{\frac{1}{2}} = H^{-1}, \quad (12.274)$$

pak lze ukázat, že se pole  $\varphi$  mění s časem velmi pomalu, takže vnitřní část této oblasti se bude exponenciálně rozpínat podle zákona

$$a \sim a_0 e^{Ht}, \quad (12.275)$$

nezávisle na situaci vně této oblasti, tzn. podle inflačního scénáře. Kromě univerzálnosti kvantových fluktuací přitom stačí předpokládat alespoň jedno výchozí pole  $\varphi$ , dostatečně slabě interagující s ostatními poli. Může se dokonce jednat o pole fluktuující křivosti prostoročasu. Pravděpodobnost toho, že kvantové fluktuace (jež jsou významné pouze při hustotách blízkých Planckově hustotě) povedou ke vzniku inflačně expandujícího vesmíru, je vysoká pouze při splnění podmínky

$$\Delta l \leq m_h^{-1}, \quad (12.276)$$

odkud plyne (12.273). Naopak, pravděpodobnost kvantového vzniku vesmíru při  $V(\varphi) \ll m_h^4$  velmi rychle klesá. Za předpokladu, že kvantová produkce vesmíru probíhá tunelováním přes bariéru, je tato

pravděpodobnost úměrná

$$P \sim e^{\frac{-k\rho_h}{\rho}}. \quad (12.277)$$

kde  $k$  je nějaká konstanta. S poklesem hustoty pod Planckovu hustotu  $\rho_h$  jde tato pravděpodobnost velmi rychle k nule.

Vzhledem k podmínce ( 12.276 ) vzniká tímto mechanismem nejpravděpodobněji uzavřený friedmannovský vesmír, startující svoji expanzi z oblasti velikosti srovnatelné s Planckovou délkou.

Podle této koncepce tak vesmír nikdy nemusel být v singulárním stavu ale v důsledku kvantověgravitačních fluktuací spontánně vznikl z vakua zaplněného virtuálními částicemi a poli. Dostatečně silné kvantové fluktuace, podobné té, jež stála u zrodu našeho vesmíru, mohou nastat i jinde. Vznikla by tak celá řada různých nezávislých vesmírů. Podle inflačního modelu není současná struktura vesmíru produktem nějakých neznámých počátečních podmínek, ale je výlučně důsledkem fundamentálních zákonů fyziky – zákonů kvantové teorie pole, včetně té gravitační. V inflačním modelu jsou počáteční podmínky irelevantní, neboť inflační expanze efektivně smazává veškeré detaily vesmíru, který existoval před inflační fází.

### Cytoprostorové restrikce OTR

Z hmoty  $M < 10^{13}$  kg černá díra nikdy vzniknout nemůže, neboť pro její gravitační poloměr platí

$$r_g = \frac{G \cdot 2 \cdot 10^{13}}{c^2} \approx 1,5 \cdot 10^{-14} [m] \cong 2 \cdot 10^{63} [\text{kvantionu}],$$

$$n = \frac{10^{13}}{m_h} = 2 \cdot 10^{63} [\text{kvantionu}]. \quad (12.278)$$

Je-li kvantionů méně, vyplňují již větší prostor, než je jejich gravitační objem.

Dosáhne-li tedy hmotnost kolapsaru cca.  $10^{13}$  kg, dojde k mohutné explozi, při níž se uvolní energie

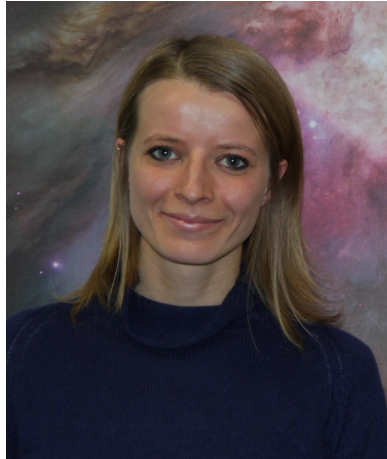


$$E = 10^{13} c^2 \approx 9 \cdot 10^{29} [J], \quad (12.279)$$

čemuž odpovídá plošná zářivá energie

$$W = \frac{E}{4\pi r_g^2} \approx 3 \cdot 10^{56} [J \cdot m^{-2}]. \quad (12.280)$$

Černá díra by v takovém případě neskončila pozvolným vypařením, ale jako velmi exotická hvězda. Původní hvězda při svém hroucení pod horizont neskončí jako fyzikální singularita, ale zkolabuje do sféry o mezní hustotě. Když se ČD vypařuje, její hmotnost klesá a s ní i poloměr sféry o mezní hustotě. Při poklesu hmotnosti ČD na hmotnost cca.  $10^{13}$  kg, se poloměr sféry přesně vyrovná jejímu gravitačnímu poloměru (cca.  $10^{-14}$  m). Do té doby byl gravitační poloměr vždy větší, takže celá sféra byla zakryta horizontem. Nyní se sféra obnaží a exploduje (asi jako neutronová hvězda, kdybychom náhle vypnuli gravitaci). Energie této exploze bude přibližně  $10^{30}$  J. Carlo Rovelli z Univerzity Aix-Marseille a Univerzity v Toulonu společně s Francescou Vidotto z Radboudovy univerzity v Nijmegenu v roce 2014 nazvali takovýto objekt, předpovězený o 20 let dříve teorií cytoprostoru, **Planckovou hvězdou**. Rovelli s Vidottovou však na základě LQG předpovídají, že by Planckovy hvězdy měly zářit na vlnové délce 10 až 14 cm, což je v rozporu s předpovědí teorie cytoprostoru, podle níž by měly být exploze Planckových hvězd jedněmi z nejenergetičtějších dějů ve vesmíru. Po vymizení horizontu totiž již není k dispozici dostatek gravitační síly, která by Planckovu hvězdu držela pohromadě a tato by se měla ve velmi krátkém okamžiku zcela přeměnit na záření. Pozoruhodné je, že energie uvolněná při explozi je nezávislá na tom, jakých rozměrů kdysi dorostla původní černá díra. Exploze Planckových hvězd by tak měly být ve vesmíru jasně identifikovatelné, i když jsou v porovnání třeba s gama záblesky velice slabé.



**Francesca Vidotto (1982)**

V reálném prostoročase se tak nemohou vyskytovat fyzikální singularity, tzn., neplatí zde princip ignorace, podle kterého by fyzika každého dceřiného vesmíru závisela na v podstatě náhodné volbě počátečních podmínek při velkém třesku.

Kdyby princip ignorace platil, lišil by se s pravděpodobností blízkou jedné, dosti podstatně dceřiný vesmír od toho stávajícího.

Protože však ve skutečnosti existují pouze pseudosingularity, v nichž lze ještě stále řešit pohybové rovnice kvantionů, je zároveň splněna podmínka pro zachování všech informací otcovského vesmíru pro vesmír dceřinný.

Všechny následující vesmíry lze pak považovat za totožné s naším vesmírem, což fyzikálně znamená, že je principiálně možno uskutečnit cesty časem, bez možnosti porušení principu kauzality.

Aby mohl vesmír vzniknout, musela být v Planckově čase hustota energie v de Sitterově objemu, z něhož vesmír započal svoji expanzi, nadkritická. Tzn., vesmír vznikl od samého počátku jako uzavřený. Dokud je totiž hustota energie falešného vakua v de Sitterově modelu podkritická, ke kvantové produkci vesmíru (chaotické inflaci) vůbec nedojde. Nadkritická hustota je tedy nutnou a zároveň postačující podmínkou nastartování procesu chaotické inflace.

Během inflace je pak postupně kvantově produkována veškerá hmota vesmíru tak, aby se jeho uzavřenost zachovávala po celou dobu inflace (funkce popisující závislost pravděpodobnosti samovolné křevce hmoty z vakua v závislosti na hustotě energie toho vakua, má

charakter velmi prudce klesající exponenciely v závislosti na hustotě energie). Po skončení inflace je však pravděpodobnost další kvantové krece hmoty již velmi malá. Pokračující zrychlené rozpínání vesmíru je pak možné pouze za předpokladu, že ve vesmíru exponenciálně narůstá nějaká jiná forma energie – temná energie, která způsobí další exponenciální expanzi, na jejímž konci se očekává big rip.

Stojí za povšimnutí, že pravděpodobnost kvantové produkce hmoty ve vesmíru se dle Lindeovy chaotické inflace řídí exponenciální funkcí hustoty a proto nikdy neklesne přesně na nulu. Podle tohoto standardního modelu tedy existuje i v současném vesmíru jistá nenulová pravděpodobnost vyvěrání nové hmoty přímo z vakua.

Pokud se chceme vyhnout tepelné smrti, musí být každá jednotka, vyvíjející se od prvotního chaosu k řádu, nutně dotována zvenčí. Každý komplikovanější a organizovanější systém než je plyn v dokonalé tepelné rovnováze, se v okamžiku přerušení dodávky energie zvenčí okamžitě zastaví a započne jeho tepelná degradace. U vesmíru pozorujeme pravý opak – vývoj od v podstatě tepelného šumu (viz reliktní záření), ke stále složitějším a organizovanějším strukturám.

Do vesmíru tedy musí být energie přiváděna a také je z něj energie odváděna (představme si ji v duchu termodynamiky pro jednoduchost jako odpadní teplo). Jenže tento proces není úplně dokonale symetrický, čehož důsledkem je m.j. existence hmoty. V průběhu času se nám tak vesmír nepatrně "přehřívá" (hromadí se v něm energie), což se vnitřně projevuje jako zdánlivá zrychlená expanze. Proces navíc značně vazbí, neboť temná energie je spojena s produkcí některých bosonových módů (čím je vesmír "větší", tím hůře je z něj pochopitelně temná energie odváděna a čím více je temné energie ve vesmíru, tím rychleji se tvoří a tím rychleji se zároveň vesmír "zvětšuje"). Takže to nakonec nemůže skončit jinak, než pořádnou explozí.

Protože v současném vesmíru již prakticky žádná nová látka nevzniká a nemůže tudíž kompenzovat úbytek energie záření během jeho rozpínání tak, jako se to dělo v průběhu vesmírné inflace, a protože se podle OTR opravdu z vesmíru ztrácí energie, jak se neustále

prodlužují vlnové délky fotonů (reliktní záření vychladlo z původní Planckovy teploty na dnešních 2,7 K), nabízí se temná energie, jako přirozené řešení tohoto problému. Podle pozorování sondy WMAP, energetický podíl této tajemné složky našeho vesmíru od jeho počátku neustále narůstá. V dnešní době tvoří okolo 3/4 jeho celkové energie, a již nějaké 2 nebo 3 miliardy let má dostatek síly na to, aby překonala gravitaci celého vesmíru a působila jeho zrychlené rozpínání. Se zrychleným rozpínáním ještě rychleji klesá energie elektromagnetického pole a tím narůstá temná energie, která tak vlastně živí samu sebe. Tato kladná zpětná vazba by mohla v budoucnu vést až k lavinovému efektu známému pod termínem "big rip" – katastrofálnímu roztržení "jemného předu" prostoročasu (je třeba si uvědomit, že elektromagnetické pole není jediné, co se ve vesmíru vlní a tedy postupem času může ztrácet energii a živit tak nenasytnou kvintesenci).

Aby mohly v cytoprostoru vznikat nové buňky, je zapotřebí působení nějakého druhu energie, která s časem narůstá (temné energie). Když se ale na vesmír podíváme čtyřrozměrně, tedy z pohledu spinové pěny, jeho tvar je pevně dán a je neměnný – pouze když se pohybujeme podél časové osy, počet buněk na zvolené časové rovině se stále zvyšuje. Z hlediska spinové pěny tedy vesmír vypadá jako jakási nálevka.

## **Kosmologická konstanta a Big Rip**

Big Rip je kosmologická hypotéza poprvé publikovaná v roce 2003, o konečném osudu vesmíru, ve které je vesmírná látka z hvězd, galaxií atomů a subatomárních částic, postupně rozdělena expanzí vesmíru v určitém čase v budoucnosti. Teoreticky se měřítko vesmíru stává nekonečným v konečném čase v budoucnosti.

Hypotéza závisí v rozhodující míře na druhu temné energie ve vesmíru. Klíčovou hodnotou je parametr  $w$  – poměr mezi tlakem temné energie a hustotou energie.

Jaká však je podstata temné energie a jak je schopna překonat gravitační přitahování hmoty, že dokonce způsobuje zrychlování rozpínání? Jaká je hodnota parametru  $w$ ? V klasickém modelu

gravitace – Einsteinově OTR – odpovídá kosmologická konstanta energii a tlaku univerzálního kvantového vakua a v prostoročase je konstantní. V tomto OTR je hodnota  $w = -1$ . V kvintesenčním modelu, temná energie souvisí s určitým univerzálním kvantovým polem (dilatonovým polem), které směřuje k nějakému konečnému stavu. Hustota energie a tlak temné energie pomalu v čase klesají a hodnota  $w$  leží v intervalu  $-1/3$  až  $-1$  ( $w$  musí být menší než  $-1/3$ , aby docházelo ke zrychlování rozpínání vesmíru).



**Robert R. Caldwell**



**Marc Kamionkowski**



**Nevin N. Weinberg**

Fyzik Robert Caldwell z Dartmouthu a jeho kolegové Marc Kamionkowski a Nevin Weinberg z Caltech doplnili model ještě o třetí možnou variantu. V Caldwellově modelu s "fantomovou energií", což je extrémní forma kvintesence, neexistuje žádný stabilní vakuový kvantový stav a hustota energie spolu s tlakem působícím rozpínání vesmíru v čase vzrůstají (v běžných plynech tlak s rozpínáním plynu klesá). V tomto scénáři je  $w < -1$ . V důsledku této kosmologie se všechny vazby, udržující systémy pohromadě, v určitém období před koncem vesmíru zpřetrhají a vesmír se nakonec rozpadne.

V modelu vesmíru ovládaného fantomovou energií, se vesmír rozpíná s exponenciálně vzrůstající rychlostí. Nicméně, toto znamená, že velikost pozorovatelného vesmíru se neustále zmenšuje, vzdálenosti k okraji pozorovatelného vesmíru, který se vzdaluje rychlostí světla jsou čím dál menší. Model předpokládá, že po konečném čase nastane, tzv. "Big Rip", v němž všechny vzdálenosti divergují k nekonečnu. Autoři této hypotézy, vedení Robertem Caldwellem z Dartmouth

College, počítají čas od nynějška do konce vesmíru, podle vzorce

$$t_{\text{rip}} - t_0 \approx \frac{2}{3|1+w|H_0\sqrt{1-\Omega_m}} \quad (12.281)$$

kde  $w$  je míra odpudivé síly temné energie,  $H_0$  je Hubbleova konstanta a  $\Omega_m$  je současná hodnota hustoty veškeré hmoty ve vesmíru.

Například při  $w = -1,5$ ,  $H_0 = 70$  km/s/MP a  $\Omega_m = 0,3$ , nastane konec vesmíru za přibližně 23 miliard let. Toto prosím nepovažujme za předpověď, ale za hypotetický příklad. Autoři podotýkají, že experimentální důkazy ukazují, že  $w$  je velmi blízko k -1. V našem vesmíru tak dominuje  $\Omega_m$ . Čím více se  $(1+w)$  blíží nule, tím vzdálenější (v čase) je Big Rip. Pokud by  $w$  byla přesně rovna -1, pak by Big Rip nemohl nikdy nastat, bez ohledu na hodnoty  $H_0$  nebo  $\Omega_m$ .

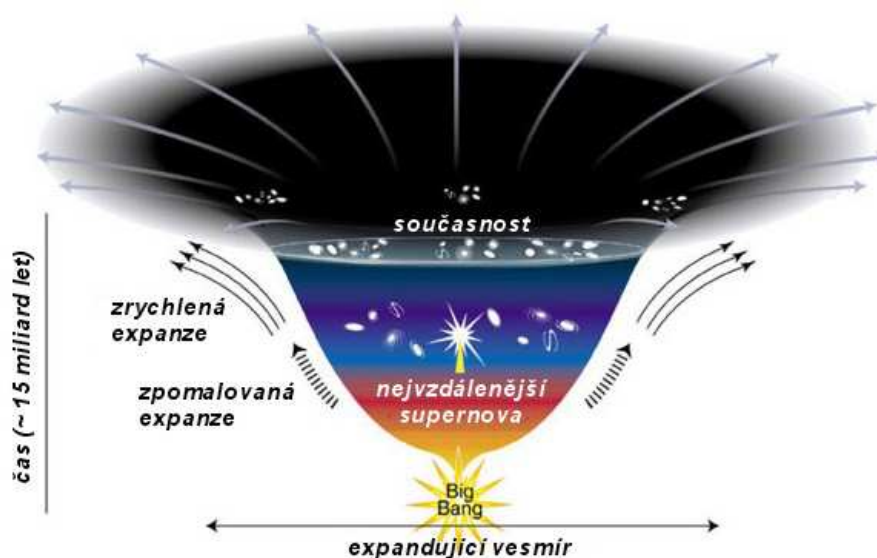
V hypotetickém scénáři pro  $w = -1,5$ , se jednu miliardu let před koncem jednotlivé galaxie vzdálí natolik, že přestanou být navzájem viditelné. V momentě, kdy totéž potká hvězdy v Galaxii, bude vesmíru zbývat pouhých 60 miliónů let. V té době se budou hromadně rozpadat galaxie a na noční obloze již nebudou pozorovatelné žádné hvězdy. Tři měsíce před koncem se odpoutají planety od Slunce a rozlétnou se do mezihvězdného prostoru. V posledních minutách, by byly roztrhány hvězdy a pouhých 30 sekund před koncem bude explodovat naše Země.

A pak už věci vezmou rychlý spád. V momentě, kdy vesmíru zbývá pouhých  $10^{-19}$  sekundy dojde k rozpadu molekul a atomů a v zápětí i jejich jader. V posledním zlomečku sekundy se rozletí i jednotlivé kvarky tvořící baryony a nakonec nezůstane nic než prázdný prostor.

Úplný rozpad elementárních částic v posledním zlomku sekundy existence vesmíru způsobí, že stav energie~hmoty v následujícím okamžiku již bude totožný se stavem (známým jako falešné vakuum), z něhož přes 13,7 miliardami let náš vesmír vzešel. To je velice lákavá alternativa ke klasičtějšímu scénáři, podle něhož by měl vesmír po skončení expanze přejít v kontrakci a skončit v singularitě (z níž by pak mohl opětovně expandovat dalším velkým třeskem). Myšlenka, že vesmír kdysi vybuchl z vakua díky prvotní fluktuaci a nyní se

postupně vrací do základního vakuového stavu tím, že bublinky vesmírné pěny (hmota jak ji známe) budou postupně prskat, až nakonec vesmír v poklidu zcela vyšumí, je neobyčejně krásná a až kouzelně jednoduchá – prostá veškerých singularit, náhlých bodů obratu a dalších podivně nepřirozených věcí. Zároveň skýtá prostor pro následnou další fluktuaci vakua, která dá posléze vznik novému vesmíru z energie vakua, jež tu zbyla po vyšumění našeho současného vesmíru.

Obr. 12.66



Při vesmírné inflaci energie~hmota vybublává z vakua a shlukuje se do struktur, které nazýváme částice. Při velkém puknutí na konci vesmíru (pokud je  $w < -1$ ) nastane proces právě opačný. Veškerá hmota se zřejmě rozplyne a navrátí svoji energii vakuu. Je tu přitom ve hře několik faktorů zároveň.

1) Kladná hmota všech částic byla na počátku přesně kompenzována zápornou energií jejich vzájemné gravitační vazby, takže celková energie vesmíru musí být nula.

2) Během rozpínání vzrůstá potenciální energie vesmíru ale rovnoměrně s tím klesá energie reliktního záření. Při smršťování vesmíru by tomu bylo přesně naopak.

3) Žádný experiment nikdy neprokázal, že by v důsledku rozpínání vesmíru vyvěrala ještě v současnosti nějaká hmota samovolně z vakua. Hmota se ve vesmíru přestala tvořit ihned po ukončení fáze chaotické inflace, tj. nějakých  $10^{-34}$  s poté co čas začal plynout jedním význačným směrem.

Část původní energie vakua se proto nyní nachází ve formě běžné hmoty. Jak ale vesmír expanduje, hmota řídne a energie vakua úměrně tomu opět roste a urychluje jeho další expanzi. Nakonec již žádná běžná hmota nezůstane. Stabilní částice budou roztrhány a zůstanou jen ty virtuální, které ve formě lokálních fluktuací metriky vyvěrají z vakua a v zápětí v něm opět mizí. Pokud se v něm však objeví (a ona se jistojistě objeví) nějaká další lokální fluktuace, která překročí de Sitterův horizont, nastane další chaotická inflace a z falešného vakua během ní opět vyubílá běžná hmota, jak ji známe. Vakuová energie v příslušné oblasti pak samozřejmě opět úměrně tomu poklesne. A tento cyklus se stále opakuje.

V Lindeho standardním modelu vesmír skutečně expanduje. Nic na tom nemění skutečnost, že se objem Planckovy buňky zmenšuje. Problém však je, že jsme zatím nijak nedefinovali, vůči čemu se vlastně Planckovy buňky mají zmenšovat. Vzdálenosti ve vesmíru totiž ve skutečnosti určujeme měřítky škálovanými pomocí Planckovy délky. Pokud se počet Planckových délek mezi 2 měřenými objekty s časem zvětšuje, pak se tyto objekty od sebe efektivně vzdalují. A je úplně jedno, zda prohlásíme, že se pouze zkracují naše měřítka, či že měřítka jsou konstantní a rozpíná se vesmír. Tato 2 tvrzení si budou navzájem ekvivalentní neboť jiný záchytný bod než Planckovu délku nemáme, a tudíž není k čemu vztahovat její případné časové změny. Opět platí, že v modelech s fraktální rekursí je situace podstatně přehlednější. Tam lze díky rozdílné hodnotě antionu na různých úrovních fraktálního endomorfismu jednoznačně rozhodnout, zda se zmenšuje Planckova buňka, či se naopak rozpíná svět. Model cytoprostoru připouští opakovanou aktivaci stejné buňky, takže i opakovanou inflaci do téhož objemu. Moderní nestacionární verze teorie cytoprostoru navíc ukázala, že při aktivaci cytoprostorové buňky párem cytonů, dojde k velice prudkému nárůstu energie longitudiálních cytorezonančních módů tvořících cytorezonanční



mřížku uvnitř kubického subchronoru, což se navenek projeví jako vesmírná inflace. Takto vzniklý intracytoprostor začne od svého prvopočátku samozřejmě generovat vlny sekundární cytorezonance, jejichž energie v něm s časem narůstá (zřejmě na úkor ubývání hmoty částic v prostoročase - viz např. stárnutí reliktních fotonů). To bude mít za následek další postupné (avšak tentokrát velmi pozvolné) zmenšování velikosti intracytoprostorových buněk (v souvislosti se zkracováním vlnové délky módů) při současném zachování velikosti rezonanční dutiny. Důsledek je zřejmý: uvnitř prostoročasu generovaného takovýmto cytoprostorem nastane v podstatě iluzorní efekt, že se vesmír rozpíná. Ve skutečnosti se však pouze zmenšuje velikost elementární buňky.

Jakmile ale intracytoprostor začne propouštět vlny sekundární cytorezonance do extracytoprostoru, bude ztrácet energii, a vlnová délka módů uvnitř kubického subchronoru se začne opětovně prodlužovat, až nakonec cytoprostorová mříž zcela vymizí – buňka se deaktivuje. Tento scénář ovšem předpokládá opětovný zánik veškeré hmoty kupovesmíru v průběhu jakési reverzní inflace, tj. opačné formy vesmírné inflace, během níž byla kdysi kvantově vyprodukována veškerá hmota vesmíru. To se zdá být samozřejmě v příkrém rozporu s doposud popsaným kosmologickým scénářem rozervaného vesmíru. Avšak ve srovnání s dobou postupného zahušťování a zdánlivé expanze vesmíru, může být doba reverzní inflace, během níž naše „vesmírná bublina“ vypadne z vesmíru, relativně velice krátkým obdobím. Iniciale této fáze (zásadní zvrát) nastane v okamžiku, kdy vlny sekundární cytorezonance vyzařované každou deaktivující buňkou cytoprostoru po dobu desítek miliard let, v něm se postupně hromadí a efektivně se projevující jako temná vakuová energie, konečně prorazí skrze stěnu Blandria do okolního extracytoprostoru (Blandrium se až do této chvíle chová vzhledem k cytorezonančním vlnám, po celou dobu existence vesmíru podobně, jako ideální duté kulové zrcadlo). Intracytoprostor pak během kratičkého okamžiku, jakoby náraz vyhasne.

Lze očekávat velice dramatický závěr spojený s prudkým nárůstem hustoty vesmíru v několika posledních okamžicích. Nebude to sice zřejmě až k oné Planckově hustotě ( $10^{97} \text{ kg.m}^{-3}$ ), ale i tak to bude hustota závratná, řádově odpovídající hodnotě  $10^{54} \text{ kg.m}^{-3}$ . Poté

vesmír prostě pukne a veškerá jeho zbývající energie (kterou ještě nevyzářil během reverzní inflace) se rozlétne po chreodách zpět, odkud kdysi vzešla.

Je zřejmé, že vlnění, které se vrací zpátky ke zdroji a nese veledůležitou informaci o poloze události v čase, bude mít jen nepatrný zlomek té původní energie, která kdysi vedla k iniciaci. Proto má v názvu přívlástek "reliktová". Na každé ze 3 básových chreod s vektorem S-parity dané události v počátku, přitom nesmí dojít z pochopitelných důvodů k iniciaci dalšího vesmíru, dokud se veškerá energie nenavrátil tam, odkud vzešla. Z toho se nám v předešlé kapitole podařilo m.j. odvodit i celkovou životnost vesmíru:  $3,2 \cdot 10^{18}$  s. Dosazeno do Caldwellova vztahu ( 12.151 ), odtud dostáváme hodnotu parametru  $w$ :

$$w = -1,0000000035. \quad ( 12.282 )$$

Pozornému čtenáři jistě neuniklo, že výraz ( 11.571 ) dává rozumné předpovědi pouze ve vesmíru, který není ovládán žádnou formou temné energie, tj. inflatonového ani dilatonového pole. Pro reálný vesmír má tedy předpovědní sílu v období po konci inflace a před počátkem zrychlené expanze (kdy lze předpokládat přibližně stacionární cytoprostor). Protože náš vesmír stojí teprve na počátku zrychlené expanze, lze předpověď ( 11.571 ) s přesností na uvedené jedno desetinné místo považovat za akceptovatelnou.

Pokusme se nyní zodpovědět na otázku, jak vypadá expanzní funkce vesmíru při onom pukání. Proces je popsán soustavou diferenciálních rovnic

$$\begin{aligned} -\frac{d\psi(t_{\max})}{dt} &= c, \\ \psi(t_{\max}) &= l_h, \end{aligned} \quad ( 12.283 )$$

pro nějakou obecnou expanzní funkci  $\psi$ , která má řešení

$$\psi = R_0 e^{-1,874 \cdot 10^{43} t} . \quad ( 12.284 )$$

S růstem velikosti buněk během reverzní inflace se však bude dynamicky měnit index lomu na kubickém subchronoru, což povede k dosti dramatické změně výsledku na

$$R = R_0 e^{-t} , \quad ( 12.285 )$$

s dobou kolapsu

$$t = \ln R_0 + 35 \ln 10 \text{ s} . \quad ( 12.286 )$$

Degenerované preony totiž dokáží kolaps celkem účinně brzdit. Proto ve skutečnosti k naprostému vymizení vesmíru dojde až v průběhu několika desítek sekund a nikoliv v Plackově čase, jak by plynulo z prosté soustavy rovnic ( 12.273 ).

Kdyby velké závěrečné puknutí nastalo kupř. v dnešním vesmíru s  $R_0 = 2,6 \cdot 10^{27}$ , trval by kolaps celých 144 s. Skutečný kolaps v reálném závěru existence vesmíru však bude trvat ještě o několik sekund déle, neboť během big ripu naroste  $R_0$  o několik řádů.

Degenerované kvantové plyny vznikají zcela přirozeně v reakci na rostoucí hustotu baryonické látky. Nejprve, v závislosti na hustotě a tlaku, vzniká degenerovaný plyn elektronový, poté neutronový, kvarkový a logicky následuje degenerovaný preonový plyn. Preonová degenerace je však zjevně nestabilní, neboť k ní dochází až pod horizontem událostí, kde již jsou všechny světelné kužely obráceny dovnitř. Proto není možné, aby degenerované preony kolapsu dokázaly zabránit, pouze jej přibrzďují.

Záporná exponenciála bude "kolabovat" nekonečně dlouho, zatímco big rip proběhne v reálném čase. Abychom mohli hovořit o konci vesmíru, musíme pro ni zavést minimum (Planckovu délku), za níž už ten jeho výraz pro expanzní funkci neplatí. Dosadíme-li za tohoto

předpokladu za čas ve vztahu ( 12.274 ) z ( 11.571 ), dostaneme rovnici

$$l_h = R_0 e^{-\frac{n}{t_h}} = n l_h e^{-n}, \quad ( 12.287 )$$

kteřá má řešení  $n = 1$ . Na konci velkého puknutí nám tak po celém cytoprostoru zůstane jen jedna jediná prázdná buňka.

Každá myslitelná kvantová teorie gravitace musí obsahovat prostoročas s diskrétní strukturou, právě aby se zbavila nekonečen a aby mohla rozumně operovat s kvantovanou energií gravitačního pole, která má nelokální charakter.

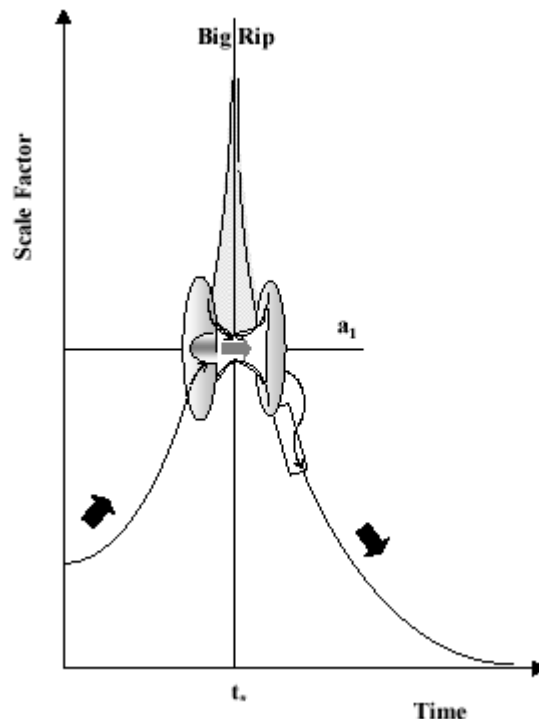
Vesmír počíná kolabovat počáteční rychlostí rovnou rychlosti světla v extracytoprostoru a končí při rychlosti světla v cytoprostoru a velikosti Plankovy buňky. Rychlost je při tom, pochopitelně vždy kladná.

Názor, podporující koncepci "velkého roztržení", argumentuje m.j. analýzou **časové dynamiky horizontu událostí**. S expanzí vesmíru horizont událostí zaujímá čím dál **menší** část celkového vesmíru. Při exponenciálním zrychlování expanze by se tento efekt stával stále více dominantním. DeSitterovský horizont událostí by se zmenšil na rozměry kup galaxií, pak galaxií, jejichž hvězdy by rozprášil do expandujícího prostoru. V závěrečných stádiích expanze by se horizont pronikavě zmenšoval na rozměry Sluneční soustavy, hvězd (Slunce), planet. Všechny tyto vázané soustavy by se rozpadly a "uletěly" od sebe pryč. Nakonec by deSitterovský horizont poklesl pod rozměry elementárních částic, které by byly roztrženy. Dokonce i u tak stabilních útvarů jako jsou černé díry by nakonec deSitterovský horizont "přebil" gravitační (Schwarzschildův) horizont a došlo by k destrukci černých děr. V posledním Planckově okamžiku z nich záporný tlak exponenciálně se rozpínajícího vakua doslova vysaje poslední zbytky energie a ony jednoduše explodují. Vzápětí by zanikla metrika prostoročasu v diskontinuitě metrického tenzoru  $g_{ik}$ , podobně jako je tomu u singularity prostoročasu (na rozdíl od "lokalizované" singularity černé díry by tato singularita byla všude). V topologické pění vzniklé amorfní variety by se pak statistickou fluktuací snad

znovu mohla utvořit inflačně expandující oblast, která by mohla dát vzniknout **novému vesmíru**.

### Únik před koncem světa červí dírou

Ukazuje se, že i v případě, že pozorování v blízkých letech potvrdí právě tento scénář, i tak by mohla existovat (i když zatím značně spekulativní) možnost, jak uniknout tomuto osudu, a to díky červím dírám a jejich příbuzným (tzv. prstencové díry, které mají tvar zkrouceného prstence). Výpočty ukazují, že před koncem vesmíru tyto díry začnou narůstat a pohltnou velkou část. Z řešení Einsteinových rovnic pro zakřivení časoprostoru v takových podmínkách plyne, že přes červí díru bude možné uniknout do budoucnosti, kde se Velké roztržení změní na zrcadlový proces – smršťování. Tedy pomocí červí díry se bude možné vyhnout extrémnímu konci. Všechno však záleží na tom, kdy se přes červí díru bude možné přemístit. Jestli by eventuální rozvinutá civilizace čekala příliš dlouho, tak nastane situace, kdy přes červí díru bude možné přesunout pouze velice malé množství informace/hmoty. V posledním Planckově okamžiku před Velkým rozerváním to na základě výpočtů bude pouhých 69 bitů.



Obr. 12.67: Schematické zobrazení úniku konci světa přes červí díru do budoucího - již smršťujícího se - vesmíru.

## Počátek a konec kupovesmíru – následky pro extracytoprostor

V teorii cytoprostoru je primární entitou kvantion. Z kvantionů se skládají preony, jež tvoří společnou vnitřní strukturu kvarkům

a leptonům. Protože jsou kvantiony zároveň i kupovesmíry -1, je tím určena fraktální struktura celého jsoucna. Jsoucno tak vlastně nemá žádný začátek ani konec, ačkoliv je omezené různorodostí svých forem. Když začneme popisovat cytoprostor, nemáme kde začít, neboť cytoprostor prostě žádný začátek nemá. Cytoprostory jsou vnořeny (coby kupovesmíry) do extracytoprostorů a do oněch cytoprostorů jsou identicky vnořeny (coby kvantiony) intracytoprostory. Není žádného počátku ani konce, a to ani v prostoru, ani v čase. Otázka po příčině vzniku této fraktální struktury tak pozbývá smyslu. Vždy se dá s výkladem začít pouze od již hotového cytoprostoru, a popisovat, kterak se jeho činností vytvářejí intracytoprostory, a jaký vliv mají tyto intracytoprostory zpětně na mateřský cytoprostor.

Když se na konci svého bytí Blandrium trhá pod tlakem vln sekundární cytorezonance uvnitř cytoprostoru, uvolní se tyto do extracytoprostoru. Až donedávna se fyzikové domnívali, že se sekundární cytorezonance může šířit pouze rychlostí světla, na rozdíl od primární a reliktové cytorezonance, postupující výhradně jen po chrodách vskutku závratnou rychlostí  $6 \cdot 10^{132} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Ukázalo se ale, že i vlny sekundární cytorezonance se musí šířit stejnou závratnou rychlostí. Po roztržení Blandria tedy dojde k tomu, že veškerá energie, jež se v cytoprostoru kumulovala po desítky miliard let, spolu s energií samotné cytoprostorové mříže, v rekordně krátkém okamžiku všechna vytryskne do extracytoprostoru. To vyvolá v extracytoprostoru mohutné vlnění šířící se rychlostí cytonu do okolí prasklé (lépe řečeno deaktivované) buňky. To znamená, že v okamžiku toto vlnění zaplní celý extracytoprostor.

Pokud bychom se mohli podívat na svět brýlemi, které umožňují vidět sekundární cytorezonanci (amorfní chvění cytoprostoru způsobené praskajícími buňkami), spatřili bychom přesně to, čemu se v hydrodynamické verzi kvantové mechaniky říká kvantový potenciál. Každá částice ve vesmíru ho vybuzuje, a zároveň je na něj citlivá.

Pole sekundárních cytorezonancí, jak již bylo řečeno, tvoří dynamický kvantový potenciál v celém cytoprostoru, na který jsou citlivá kvanta primární a reliktové cytorezonance (cytony), jež dávají vznik hmotným částicím uvnitř buněk. Kvantový potenciál v okolí stínítka (filtru) se dvěma štěrbinami se bude dosti radikálně lišit od kvantového potenciálu v okolí stínítka (filtru) s otevřenou pouze jednou štěrbinou. Kvantum, které do takového prostředí vyšleme (upozorňuji, že to prostředí je určováno i kvantovým potenciálem buzeným ve svém okolí samotnou testovací částicí a interferujícím s kvantovými potenciály všech částic filtru) se octne v jakémisi „morfogenetickém“ poli, které bude okamžitě reagovat na aktuální stav filtru. Částice tak bude setřásána do minim kvantového potenciálu a ta se budou u různých filtrů (s různým počtem štěrbin) pochopitelně lišit. Přítomnost druhé štěrbinou tím ovlivňuje stav částice, která se při tom rozhodla projít pouze tou první.

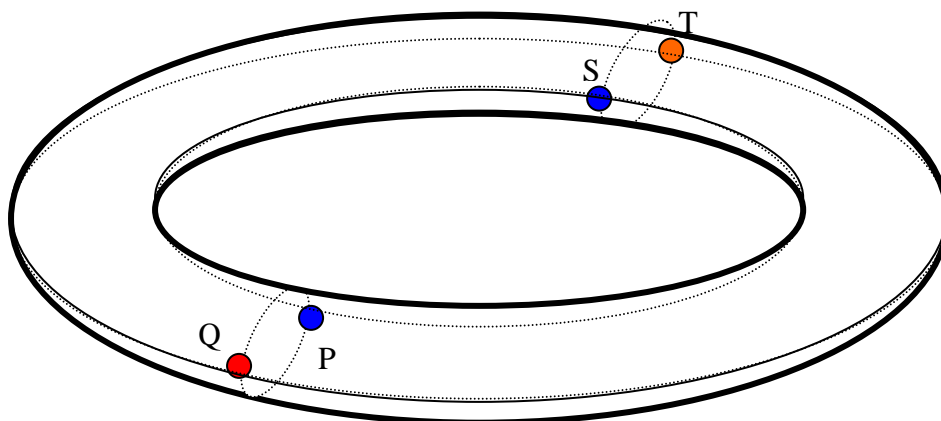
### **T-dualita z hlediska nestacionární teorie cytoprostoru**

Jestliže má vesmír v Planckových délkách průměr cca  $10^n$  (kde  $n$  je přibližně 62), potom zde máme z hlediska stacionární teorie cytoprostoru mikrovesmíry o průměru zlomku  $10^{-n}$  Planckovy délky. Protože však subkvantovou fyziku (probíhající na rozměrech menších než je Planckova buňka) nelze nikterak vztáhnout k makrovesmíru (viz kvantová geometrodynamika), musí se jednat dokonce o mikrovesmíry druhého řádu, fraktálně vnořené do mikrovesmírů prvního řádu o velikosti Planckovy buňky (rozdíl o něco 62 řádů). Mikrovesmíry prvního řádu tak musíme v rámci teorie cytoprostoru odvozovat až z makrovesmíru, do něhož je sám fraktálně vnořen náš vesmír.

V nestacionární teorii cytoprostoru, však dokonce i tento fakt platí pouze při statistickém zprůměrování, neboť  $n$  zde již není konstantou, nýbrž funkcí času, která v daném okamžiku může nabývat pro různé intracytoprostorové buňky různých hodnot, v závislosti na jejich stáří.

## Duální teorie cytoprostoru

Existuje duální obraz cytoprostoru, kterým již není kostička v balónku, ale hypertorus. Třírozměrný cytoprostor přitom tvoří jeho hranici. Ta obklopuje hyperprostor uvnitř. Chreody v tomto duálním obrazu se dělí na toroidální, poloidální a hyperoidální. Na opačných stranách běžného třírozměrného toru, jak v poloidálním, tak i toroidálním směru se objevují vždy dva zrcadlité obrazy téhož bodu. Každý bod  $Q$  běžného třírozměrného toru je tedy komposicí poloidálního  $P$  a toroidálního  $T$  obrazu, které jsou zpětnovazebně komponovány v jednom směru z tohoto bodu  $Q$  a ve druhém směru ze svého dalšího společného zrcadlitého obrazu  $S$ , který s původním bodem  $Q$  přímo nesouvisí. Přidáním hyperoidálního směru se ke každému z těchto 4 obrazů objeví ještě další obraz (značený čárkovaně). Každý bod cytoprostoru tak náleží osmeru zrcadlitých obrazů  $P, Q, S, T, P', Q', S', T'$ ). Ve skutečnosti tak existuje celkem 8 zrcadlitých obrazů každého bodu – 8 vesmírů uvnitř jediného kupovesmíru generovaného cytoprostorem.



Obr. 12.68: V cytoprostoru s toroidální topologií se každý bod zobrazí celkem čtyřikrát, vždy na protilehlých stranách dvou toroidálních a dvou poloidálních kružnic. V hypertoru existuje těchto obrazů již 8.



## Grupová teorie pole



**Steffen Gielen (1982)**

V roce 2013 Steffen Gielen z kanadského Hraničního institutu teoretické fyziky ve Waterloo v Ontariu, spolu se svými kolegy, využil kvantování prostoru v nestacionární teorii cytoprostoru k novému matematickému přístupu ke kvantové gravitaci, nazvaném **grupová teorie pole** (Group field theory), což je forma kvantové teorie pole na Lieově grupě. Po vzoru nestacionární teorie cytoprostoru vzniká v grupové teorii pole prostor slučováním základních kvant prostoru a pak se vyvíjí do současné podoby. Gielen a spol. uskutečnili významný průlom při snaze popsat, jak se prostor vesmíru odvíjí od základních kvant prostoru – podařilo se jim odvodit Friedmannovy rovnice přímo v rámci kvantového konceptu prostoročasu.

Další úsilí se nyní zaměřuje na přesný popis prostoru při samotném Velkém třesku, kosmologickou inflaci a temnou energii.